



ESTADO LIBRE ASOCIADO DE PUERTO RICO  
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN  
SECRETARIA AUXILIAR DE SERVICIOS ACADÉMICOS

# GUIA OPERACIONAL MATEMÁTICA 9



PROGRAMA DE MATEMÁTICAS  
Matemáticas con rostro humano

Revisión 2008

**Derechos Reservados  
Conforme a la Ley  
Departamento de Educación de Puerto Rico**

**NOTIFICACIÓN DE POLÍTICA PÚBLICA**

El Departamento de Educación no discrimina por razón de raza, color, género, nacimiento, origen nacional, condición social, ideas políticas o religiosas, edad o impedimento en sus actividades, servicios educativos y oportunidades de empleo.

**NOTA ACLARATORIA**

Para propósitos de carácter legal en relación con la Ley de Derechos Civiles de 1964, el uso de los términos maestro, director, supervisor, estudiante y cualquier otro que pueda hacer referencia a ambos géneros, incluye tanto al masculino como al femenino.

*Producido en Puerto Rico  
2008*

# **JUNTA EDITORA**

**Dr. Rafael Aragunde Torres**  
Secretario

**Dra. Yolanda Vilches Norat**  
Subsecretaria para Asuntos Académicos

**Profa. Myrna E. Rodríguez Correa**  
Secretaria Auxiliar Servicios Académicos

**Prof. Leonardo Torres Pagán**  
Director  
Programa de Matemáticas

## COLABORADORES

La elaboración de la *Guía Operacional de Noveno Grado* se desarrolló con la participación de diversos grupos de profesionales que colaboraron en las diferentes fases de trabajo. De esta manera, maestros de la sala de clases, de diversos niveles de enseñanza, especialistas de currículo, supervisores de zona, superintendentes escolares y profesores universitarios compartieron la experiencia de desarrollar este documento.

El Programa de Matemáticas tiene una deuda de gratitud con los siguientes educadores, por su compromiso y contribución al mejoramiento de la enseñanza de esta disciplina académica en Puerto Rico.

### Comité de Reingeniería Curricular

**Prof. Leonardo Torres Pagán**  
Director de programa

**Prof. Brunilda Rivera Colón**  
Especialista de currículo

**Prof. Luz Nereida Vélez Rivera**  
Ex - Supervisora de zona

**Prof. Daisy Ramos Rivera**  
Superintendente de Escuelas  
Distrito Escolar de Rincón

### Supervisores

**Manuel Sevilla Estela**  
Distrito Escolar de Bayamón II

**Juan Maldonado Toledo**  
Distrito Escolar de Hatillo

**Wanda Ávila Ocasio**  
Distrito Escolar de Camuy

**Soraya P. Lagares Nazario**  
Distrito Escolar de Arecibo I

**Mayra S. Avilés Vélez**  
Distrito Escolar de Canóvanas

**Sonia Álvarez Martes**  
Distrito Escolar de Carolina I

**Marie S. Cabán Acevedo**  
Distrito Escolar de Trujillo Alto

**José A. Rodríguez González**  
Distrito Escolar de Gurabo

**Julio Montes de Oca**  
Distrito Escolar de San Sebastián

**Daisy Méndez Nieves**  
Distrito Escolar de Aguadilla

**Blanca Martínez Vallés**  
Distrito Escolar de Cayey

**Iria C. Flores Jenaro**  
Distrito Escolar de Caguas

## Supervisores

**Xandra González Maldonado**  
Distrito Escolar de Guayama

**Luz Eneida Vélez Alicea**  
Distrito Escolar de Corozal

**Janet Dávila Santana**  
Distrito Escolar de Ceiba

**Viviana Nieves**  
Distrito Escolar de Luquillo

**Eulalia Reyes Lugo**  
Distrito Escolar de Toa Alta

**María Cristina Alvarado**  
Distrito Escolar de Orocovis

**Nelly López García**  
Distrito Escolar de Juncos

**Ricardo Almodovar Rodríguez**  
Distrito Escolar de Ponce I

**Yolanda Amadeo Alvarado**  
Distrito Escolar de Coamo

**Ivia Santiago Colón**  
Distrito Escolar de Salinas

**Javier Quiles Oquendo**  
Distrito Escolar de Las Piedras

**Samuel Rodríguez Santiago**  
Distrito Escolar de Utuado

**Jackeline Carrillo Medero**  
Distrito Escolar de Río Grande

**Antonio García De Jesús**  
Distrito Escolar de Caguas

**María Colón Aponte**  
Distrito Escolar de Barranquita

**Jorge Alicea Santos**  
Distrito Escolar de Cidra

**José Rodríguez Vega**  
Distrito Escolar de Villalba

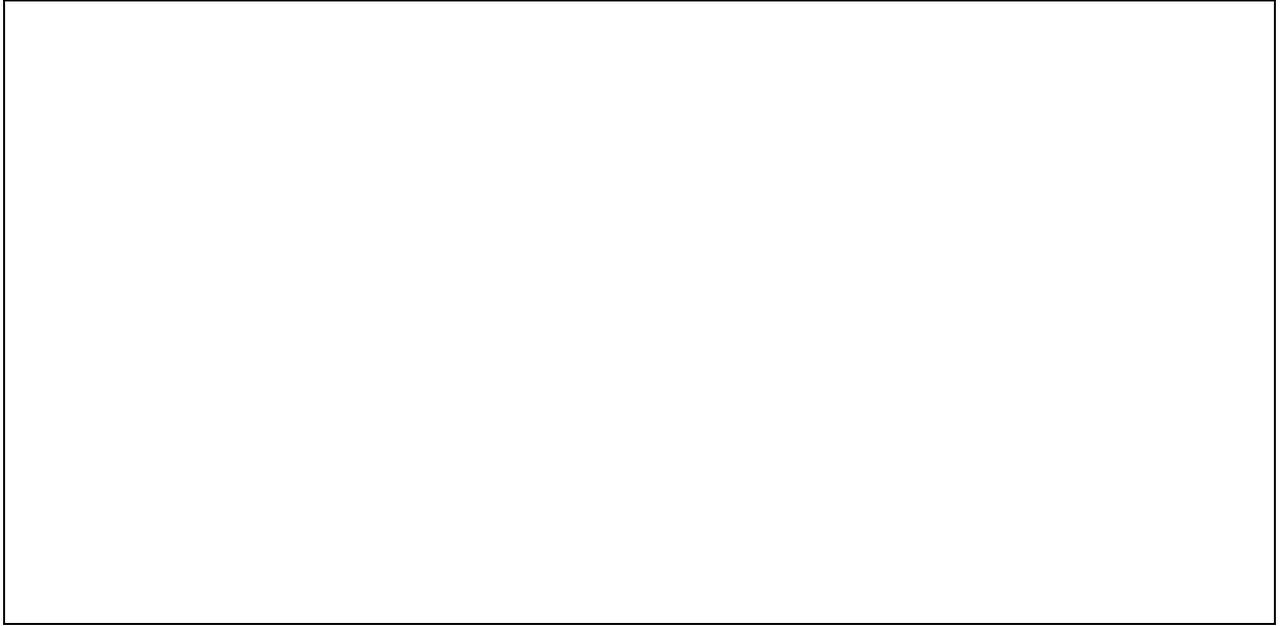
**Rosa M. Vélez Muñiz**  
Distrito Escolar de Ponce II

**Héctor Díaz Marrero**  
Distrito Escolar de Vega Alta

## Supervisores de Educación Especial

**Luz M. Rosa Talavera**  
Distrito Escolar de Hatillo

**Nilsa Soto Soto**  
Distrito Escolar de Hatillo



**Foto de los supervisores**

## Maestros

### **Sarai Nieves Bernard**

Escuela Superior Luis Muñoz Marín  
Distrito Escolar Añasco

### **Marcel Ruiz**

Escuela Especializada University Gardens  
Distrito Escolar San Juan II

### **Luis Rosado**

Escuela Superior José Gautier Benítez  
Distrito Escolar Caguas I

### **Marta Alvarado**

Escuela Superior Jaime Collazo  
Distrito Escolar Morovis

### **Luis Rivera**

Escuela Superior Antonio Luchetti  
Distrito Escolar Arecibo

### **Roberto L. Díaz Díaz**

Escuela Bilingüe Ramírez Hostos  
Distrito Escolar Añasco

### **Félix González Mercado**

Escuela Superior Josefina León Zayas  
Distrito Escolar Jayuya

### **Eneid Betancourt**

Escuela Superior Tomás C. Ongay  
Distrito Escolar Bayamón II

### **Marisol Ballagas Cacho**

Escuela Atilés Moraue  
Distrito Escolar San Juan III

### **Hilda E. Castejón**

Escuela Superior Antonio Luchetti  
Distrito Escolar Arecibo

### **Iris Bermudez**

Escuela Central de Artes Visuales  
Distrito Escolar San Juan I

### **José H. Pérez Rosado**

Escuela Superior Jaime Collazo  
Distrito Escolar Morovis

### **Gregorio Ruiz**

Escuela Superior Eugenio María de Hostos  
Distrito Escolar Mayaguez

### **Yolanda Rivera**

Escuela Superior Lysander Borerro Terry  
Distrito Escolar Villalba

### **Nydia Medina Forte**

Escuela Intermedia Brígida Álvarez  
Distrito Escolar Vega Baja

### **Manuel Vigo Tosado**

Escuela Superior Papa Juan XXIII  
Distrito Escolar Bayamón

### **Egberto Zayas**

Escuela Superior Urbana  
Distrito Escolar Salinas

### **Héctor Román**

Escuela Intermedia Sabana Llana  
Distrito Escolar San Juan III

Agradecemos igualmente el apoyo que los siguientes profesionales del Departamento de Educación ofrecieron al Programa en su proceso de reingeniería curricular: Sra. Angela L. Antonini Rodríguez, Dra. Carmen E. Sosa Lliteras, Sra. Edna Del Valle Rodríguez, Sra. Gracia M. Ruiz de Talavera, Sra. Janet Orengo Puig, Sr. Luis Orengo Morales, Sra. María Medina Maldonado, Sra. Dominga Feliciano Ruiz, Dra. Melba G. Rivera Delgado, Sra. Nilda Ortiz Rodríguez, Sra. Noelia González Rodríguez, Sra. Noemaries A. Ríos Jiménez, Sr. Pablo Borges Pimentel, Sra. María V. Díaz López, Sra. Juanita Morrabal Cintrón, Sra. Waleska Collazo Parrilla, Sra. Eva Luisa Torres Morales, Sra. Sandra E. Torres Torres, Sra. Mercedes Concepción Deplet, Sra. Ana I. Claudio Contreras, Sra. Luz M. Carrión Bonano, Sr. Narciso Calderón Felicier, Dr. Enrique Carretero Maldonado, Sr. Evelio Marcial Hernández y Sra. Carmen Cartagena.

También agradecemos los consejos del Prof. Waldo Torres, la Dra. Ana Helvia Quintero, el Dr. Jorge López, la Dra. Myrna Fuster, el Dr. Edwin Morera, la Prof. Julia Rodríguez, la Prof. Carmen Martínez, el Prof. Eliezer Cotto, la Prof. Martha Dumois, el Prof. Miguel Colón, el Dr. Manuel Capella, la Prof. Nercy Pared, el Prof. René Hernández, el Dr. Roberto Colón, el Prof. Edward Caro, la Prof. Mayra Alonso, la Dra. Luz Maritza Fernández, el Prof. Joaquín Padovani, la Sra Dagmar Rosario, la Srta. Ileana Cortés y el Sr. José A. Pabón y la Prof. Emely Fernández, que de una manera especial apoyaron los esfuerzos del Programa en el proceso de redacción de este documento.

Finalmente, damos especialmente las gracias a todas las personas – demasiadas para ser mencionadas aquí - que tan generosamente colaboraron desde la preparación del borrador de discusión hasta la elaboración del documento final, particularmente los profesores de las universidades del país, los artistas gráficos y los técnicos del Departamento de Educación.

## Mensaje

La sociedad de la información requiere la formación de una fuerza laboral mejor preparada para tomar decisiones y de ciudadanos diestros en la creación, comunicación e interpretación de ideas. El nuevo valor económico de la información es sólo uno de los factores que propician una pronta reestructuración de los modelos educativos fundamentados en los principios de la anterior era de la industrialización: masificación, especialización, líneas de producción y otros. Es necesario crear modelos educativos basados en el balance entre la información gráfica y la textual y en modos modernos de procesamiento de información, utilizando apropiadamente la tecnología.

Las matemáticas tienen una función central en la formación de los nuevos ciudadanos, no es ya un prerrequisito para estudiar ciencias o ingeniería, sino un aspecto fundamental de la literacia cultural para el siglo XXI. En esta sociedad trabajar pensando críticamente es más importante que trabajar con mayor esfuerzo físico. El enfoque principal que orienta la enseñanza de las matemáticas es desarrollar la capacidad de entender, analizar, aplicar y apreciar relaciones entre las ideas y los fenómenos reales. Este conocimiento y dominio de los procesos le dará el poder al educando para descubrir, estudiar, modificar y asumir el control de su ambiente físico e ideológico mientras desarrolla su capacidad de pensamiento y de acción de forma efectiva.

El Programa de Matemáticas del Departamento de Educación tiene como misión fundamental contribuir a la formación integral del estudiante, propiciando experiencias de aprendizaje que aporten al desarrollo del razonamiento matemático para la solución de problemas y la toma de decisiones de la vida diaria. El aprendizaje de las matemáticas ha de proveer los modelos que facilitan la comprensión y solución de problemas de naturaleza cuantitativa y espacial. Además, sirve de vínculo para el desarrollo de las destrezas de pensamiento desde una perspectiva crítica y creativa.

La matemática, como disciplina, requiere la formación de esquemas conceptuales en los cuales la misma se fundamenta. Estos esquemas están basados en cinco conceptos fundamentales: numeración y operación, medición, geometría, álgebra, análisis de datos y probabilidad. Los contenidos y procesos que comprenden cada uno de los cinco conceptos fundamentales se integran a través del currículo con diferente énfasis y profundidad. De éstos se derivan todos los demás conceptos matemáticos y las destrezas que constituyen los programas de estudio. En la medida que el estudiante progresa en su aprendizaje, desarrolla destrezas que conducen a la formación de estos conceptos, los cuales se aprenden de forma integrada, de manera que adquieran significado y pertinencia.

El Departamento de Educación de Puerto Rico y el Programa de Matemáticas, acorde con su misión y filosofía educativa comienza la implantación de una iniciativa dirigida a fomentar el interés del estudiante hacia el estudio de la matemática como disciplina para la vida y con rostro humano. Este documento facilitará la labor del maestro en la consecución de las metas educativas trazadas para el año escolar que se inicia. Les exhorto a hacer buen uso de éste, a enriquecerlo e incorporar sus recomendaciones al mismo.

Dr. Rafael Aragunde Torres, Ph.D.  
Secretario

## Tabla de contenido

Tema	Páginas
INTRODUCCIÓN	
Misión, Misión y metas del Programa de Matemáticas	
ÁREAS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS	
ESTÁNDARES DE MATEMÁTICAS	
EDUCACIÓN ESPECIAL	
PRONTUARIO DEL CURSO	
BOSQUEJO DEL CURSO	
OPÚSCULO DEL CURSO	
MAPA CURRICULAR DEL CURSO	
EJEMPLOS POR ESTÁNDARES, EXPECTATIVAS E INDICADOR	
GLOSARIO MATEMÁTICO BÁSICO	
GLOSARIO BÁSICO PEDAGÓGICO	
SÍMBOLOS MATEMÁTICOS	
FÓRMULAS	
POSTULADOS, TEOREMAS Y COROLARIOS	
NIVELES DE PENSAMIENTO DE NORMAN WEBB	
<i>ASSESSMENT</i>	
TABLA DE ESPECIFICACIONES, PRUEBA DIAGNÓSTICA, HOJA DE CONTESTACIONES Y CLAVE	
CARTAS CIRCULARES	
REFERENCIAS	

## INTRODUCCIÓN

El Programa de Matemáticas del Departamento de Educación constituye un componente fundamental y dinámico del Sistema Educativo Puertorriqueño. En su función de responder a las necesidades y exigencias de la sociedad contemporánea, comparte la misión de contribuir a formar un ser humano educado, capaz de entenderse a sí mismo y a la sociedad en que vive. El Programa aspira a reestructurar el proceso de enseñanza de las matemáticas con una nueva visión que atienda las necesidades de los estudiantes del Sistema. Entre éstas se destacan las siguientes:

1. Entender y aprender a usar el conocimiento matemático en todos los ámbitos de la vida. La educación es un proceso en constante ajuste y cambio, cuyo fin es mantener el equilibrio en una sociedad en continua transformación. (Tye, 1991). Esta situación plantea la oportunidad que debe tener todo estudiante de aprender matemáticas para transferir ese conocimiento a situaciones reales de su vida (Principles and Standards for School Mathematics, NCTM, 2000); esto es, debe conocer la utilidad del conocimiento matemático en la solución de situaciones comunes y complejas de su vida cotidiana.
2. Comprender la complejidad tecnológica de la comunicación, cuestionar, asimilar información y trabajar en equipo solidariamente. El nuevo valor económico de la información es sólo uno de los factores que propician una pronta reestructuración de modelos educativos fundamentados en los principios de la anterior era industrial: masificación, especialización, líneas de producción y otros. Es necesario establecer el balance entre la información gráfica y la textual en modos modernos de procesamiento de información que usen tecnología avanzada (Concilio Nacional de Maestros de Matemáticas, NCTM por sus siglas en inglés, 2000). La NCTM expone que los estudiantes deben prepararse para comprender la complejidad tecnológica de la comunicación, cuestionar, asimilar, información y trabajar en equipo solidariamente.
3. Asegurar el acceso a la cultura matemática dentro del sistema escolar. La sociedad requiere de un sistema escolar que asegure a todos la oportunidad de poseer una cultura matemática, de ampliar su aprendizaje y tener igualdad de oportunidades para aprender, con el fin de desarrollar ciudadanos bien informados, capaces de comprender los continuos cambios de una sociedad tecnológica (NCTM, 2000).
4. Desarrollar destrezas que capaciten al ciudadano para los procesos diarios de la toma de decisiones. La matemática es un instrumento para pensar, valorar y entender nuestro entorno.

En esta sociedad, trabajar pensando críticamente es más importante que trabajar con mayor esfuerzo físico. Por consiguiente, se necesitan ciudadanos preparados para:

- Solucionar problemas no convencionales
- Razonar lógicamente
- Transferir lo aprendido a situaciones nuevas
- Asimilar los cambios tecnológicos y sociales
- Tomar decisiones adecuadamente
- Trabajar en equipo
- Ejercitar el auto aprendizaje.

### **Visión del Programa de Matemáticas**

El Programa de Matemáticas visualiza al estudiante como un ser humano integral capaz de enfrentarse a la vida con una conciencia crítica que lo capacite para enfrentarse a los cambios y tomar decisiones adecuadas en beneficio de la sociedad; esto es, un individuo útil, responsable consigo mismo, que promueva una cultura de respeto, de diálogo y de paz.

### **Misión del Programa de Matemáticas con Relación a los Valores y Necesidades de los Estudiantes**

El Programa de Matemáticas del Departamento de Educación tiene como misión fundamental contribuir a la formación integral del estudiante, propiciando experiencias de aprendizaje que aporten al desarrollo del razonamiento matemático para la solución de problemas y la toma de decisiones de la vida diaria. El aprendizaje de las matemáticas ha de proveer los modelos que facilitan la comprensión y solución de problemas de naturaleza cuantitativa y espacial. Además, sirve de vínculo para el desarrollo de las destrezas de pensamiento desde una perspectiva crítica y creativa.

### **Metas a Alcanzar para Cumplir con la Misión de Satisfacer los Valores y Necesidades**

Las metas para la educación en matemáticas describen la aportación que hace el currículo a la formación de ciudadanos de provecho y seres humanos integrales. Se aspira a que, mediante la implantación de un currículo flexible, pertinente, y la contribución del maestro como facilitador del proceso de aprendizaje, el estudiante:

1. Se desarrolle como un ser humano integral capaz de:
  - Utilizar efectivamente la tecnología y la información que recibe
  - Pensar críticamente
  - Transferir y aplicar los conocimientos adquiridos
  - Comunicarse con efectividad
  - Valorar las acciones positivas.

2. Practique procesos efectivos para solucionar problemas y así:
  - Identificar supuestos y circunstancias
  - Organizar y manejar información
  - Diseñar e implantar estrategias de solución
  - Validar y comunicar los resultados.
  
3. Aplique el conocimiento y las destrezas adquiridas para:
  - Tomar decisiones
  - Argumentar y evaluar opciones
  - Describir, controlar o modificar su ambiente
  - Producir información y encontrarle valor útil.
  
5. Demuestre una actitud crítica, imaginativa y creadora al analizar situaciones diarias, que le permitan:
  - Apreciar los valores positivos de nuestra sociedad
  - Ser solidario en ambientes cotidianos
  - Tener un sentido de pertenencia y conocimiento de su contexto histórico-social.

## ÁREAS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS

## Áreas de competencia matemática

A principios de este siglo, Consejo de Investigación Nacional de los Estados Unidos Se creó un Comité a cargo de resumir y sintetizar las investigaciones sobre el aprendizaje y formular recomendaciones para la enseñanza, la formación docente, currículo, y la investigación futura, así como a proporcionar orientación a educadores, investigadores, editores, encargados de formular políticas. *El documento Adding it up*<sup>1</sup> es el producto de la colaboración de los matemáticos y educadores de matemáticas.

La parte fundamental de este documento consiste en la identificación de las áreas de Competencia Matemática. A continuación se presenta una tabla con las áreas y con ejemplos de la manera en que se manifiestan en una sala de clases.

ÁREAS	EJEMPLOS: Concepto: Media aritmética
<b>Comprensión conceptual:</b> Comprensión de los conceptos matemáticos, las operaciones y sus relaciones.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Comprender la media "cómo llegar a un balance".</i></li> <li>• <i>Establecer conexiones entre los materiales y el algoritmo</i></li> </ul>
<b>Fluidez en los cálculos y manipulaciones matemáticas.</b> Capacidad de llevar a cabo los procedimientos apropiadamente con fluidez y precisión	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Conocer los procedimientos para calcular la media</i></li> <li>• <i>Conocer cómo representar los algoritmos con manipulativos.</i></li> </ul>
<b>Competencia estratégica:</b> Habilidad para formular, representar y resolver problemas matemáticos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Solución de problemas</i></li> <li>• <i>Habilidad para formular un problema a partir de una situación de la vida real.</i></li> </ul>
<b>Razonamiento adaptivo</b> Capacidad de razonamiento lógico y de reflexionar, explicar, y justificar.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Capaz de contestar la pregunta "por qué piensas así"</i></li> <li>• <i>Capaz de explicarle a otra persona su razonamiento</i></li> </ul>
<b>Disposición productiva:</b> Tendencia a darle sentido y valorar las matemáticas; a percibir las como útiles y valiosas; y creer que el esfuerzo constante en el aprendizaje de las matemáticas vale la pena.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Darse cuenta de que hay cosas nuevas que aprender en la matemática elemental</i></li> <li>• <i>Apreciar y valorar la matemática como algo importante</i></li> </ul>

<sup>1</sup> Kilpatrick, J., Swafford, J., and Findell, B. (2001). The strands of mathematical proficiency (pp. 115 - 155). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

# ESTÁNDARES

## Los Estándares de Matemáticas

Un **estándar** es un criterio que juzgará la calidad del currículo de matemáticas. En su esencia, son aseveraciones sobre lo que se valora en una disciplina, en este caso, en las matemáticas. En resumen, un estándar puede definirse como:

- Una afirmación que puede ser utilizada para juzgar la calidad de un currículo matemático o de métodos de evaluación; así, los estándares son declaraciones de qué tiene valor y que no lo tiene.
- La visión de lo que se pretende que los estudiantes sean capaces de hacer.
- Un criterio que sirve para juzgar excelencia y calidad.
- Una aseveración que describe los resultados deseados.

Los estándares representan metas altas pero alcanzables para **TODOS** los estudiantes. Además, sirven como base para el desarrollo de las Expectativas Generales de Grado y para definir el perfil de competencias que los estudiantes deben conocer y demostrar durante sus estudios escolares.

A partir de los estándares y las expectativas:

- Se definirán los objetivos, el alcance, la secuencia y la profundidad de conceptos, destrezas y actitudes de cada curso.
- Se definirán las competencias que los estudiantes deberán dominar en cada curso.
- Se desarrollarán actividades educativas y la metodología apropiada para atender los diversos estilos de aprendizaje.
- Se recomendarán los métodos y las técnicas para llevar a cabo la medición y el *assessment* del aprendizaje.

Los estándares curriculares de contenido presentan un resumen del contenido y las habilidades o destrezas que los estudiantes deben conocer y poder hacer, durante sus estudios y representan la base sobre la cual se desarrollan los currículos de matemáticas.

El documento de los estándares curriculares de matemáticas de Puerto Rico incluye una explicación de la necesidad y dirección del cambio, así como los postulados básicos que orientan el proceso de enseñanza-aprendizaje en cada nivel escolar. Resume, además, el contenido que merece más atención y el que merece menos atención.

Las personas encargadas de desarrollar currículo, así como aquellas que deseen mayor información al respecto, deben estudiar todo el documento de estándares de Puerto Rico para asegurarse de que cumplen con todas las disposiciones del mismo.

Se han dado tres razones para adoptar formalmente un conjunto de estándares: (1) para asegurar la calidad, (2) para explicitar objetivos, y (3) para propiciar cambios. Para el Programa de Matemáticas, estas tres razones son de igual importancia.

En primer lugar, los estándares se usan para proteger al público de un artículo de baja calidad. Por ejemplo, a un farmacéutico no se le permite vender un medicamento hasta que éste no haya pasado rígidos controles, tanto en su fabricación como en lo referente a su efectividad. En este sentido, los estándares son criterios mínimos de calidad. Imponen condiciones necesarias, pero no suficientes, para la obtención de resultados requeridos; no hay garantía de que un medicamento se usado de manera inadecuada por el consumidor.

En segundo lugar, los estándares son usados como un medio para expresar intenciones de objetivos. Los objetivos son amplías afirmaciones de intención social. Por ejemplo, podemos estar de acuerdo en que dos objetivos de cualquier examen estandarizado es que sean tanto válidos como fidedignos. Los estándares de evaluación desarrollados por la *American Psychological Association* describen el tipo de documentación que debe adjuntarse con cada examen acerca de la validez y veracidad de éstos instrumentos.

Por último, los estándares se establecen para conducir a un grupo hacia nuevos y deseados objetivos. Por ejemplo, la comunidad médica ha adoptado, y lo revisa periódicamente, un conjunto de estándares para la certificación de especialistas, basados en los recientes cambios en tecnología, investigación, entre otros. Lo que se intenta es mejorar o poner al día la práctica cuando sea necesario. En este sentido, los estándares se basan en una perspectiva informada de lo que se debe hacer a partir del conocimiento y de la experiencia con que se cuenta.

Los estándares son necesarios en la matemática escolar por las tres razones anteriores. Ni escuelas, ni maestros, ni estudiantes, ni el público en general cuentan con protección alguna contra material de baja calidad. Parece razonable que cuando se preparen materiales para el salón de matemáticas se diga cómo se relacionan los materiales con los conceptos actuales que hace falta enseñar y se demuestre su efectividad. Para el Programa de Matemáticas lo importante es desarrollar estándares que fueran criterios con el objeto de provocar y facilitar un cambio. Las escuelas han de reflexionar sobre las importantes consecuencias que conlleva el actual movimiento de reforma si es que se quiere preparar adecuada mente a nuestros jóvenes para vivir en el siglo XXI. Los estándares deben ser vistos como facilitadores de esta reforma.

## **ESTÁNDAR DE CONTENIDO 1: NUMERACIÓN Y OPERACIÓN**

**El estudiante es capaz de entender los procesos y conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos.**

El estándar de *Numeración y Operación* se ocupa de la comprensión de los números, el desarrollo del significado de las operaciones matemáticas y la fluidez en el cálculo. Los niños pequeños se centran en los números naturales con los cuales cuentan, comparan cantidades y desarrollan una comprensión de la estructura del sistema decimal. En niveles más avanzados, las fracciones y números enteros comienzan a ser más importantes. Una comprensión de los números permite aprender y recordar con facilidad los procedimientos de cálculo aritmético. Además, los estudiantes deben ser capaces de realizar cálculos en diferentes formas. Ellos deben usar el cálculo mental y las estimaciones de sumas cuando realizan cálculos con lápiz y papel, por ejemplo. Tener fluidez en el cálculo permite a los estudiantes tomar buenas decisiones sobre el uso de las calculadoras. Sin importar el método usado para realizar los cálculos, los estudiantes tienen que ser capaces de explicar su método, comprender que existen otros métodos, y ver la utilidad de aquellos que son eficientes, exactos y generales.

## **ESTÁNDAR DE CONTENIDO 2: ÁLGEBRA**

**El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, empleando números, letras (variables) y signos.**

Los símbolos algebraicos y los procedimientos para trabajar con dichos símbolos han sido un gran logro en la historia de las matemáticas y son críticos en el trabajo matemático. La mejor manera de aprender el álgebra es entendiéndola como un conjunto de conceptos y técnicas ligadas con la representación de relaciones cuantitativas y también como un estilo de pensamiento matemático para la formalización de patrones, funciones y generalizaciones. Pese a que muchos adultos piensan que el álgebra es un área de las matemáticas más apropiada para estudiantes de nivel medio y superior, los niños pequeños pueden ser motivados a usar el razonamiento algebraico cuando estudian números y operaciones; lo mismo que cuando investigan patrones y relaciones entre grupos de números. En el estándar *Álgebra*, las conexiones del álgebra con los números y situaciones diarias están expandidas en los últimos grados escolares con el propósito de incluir también ideas geométricas.

### **ESTÁNDAR DE CONTENIDO 3: GEOMETRÍA**

**El estudiante es capaz de identificar formas geométricas, analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.**

La geometría ha sido considerada por mucho tiempo como el lugar donde los estudiantes de educación secundaria aprenden a demostrar teoremas geométricos. El estándar *Geometría* presenta una amplia visión del poder de la geometría, el cual invita a los estudiantes a analizar características de las figuras geométricas y desarrollar argumentos acerca de las relaciones geométricas; así como a usar la visualización, el razonamiento espacial y los modelos geométricos para resolver problemas. La geometría es un área de las matemáticas que permite el desarrollo natural de las habilidades de razonamiento y justificación en los estudiantes.

### **ESTÁNDAR DE CONTENIDO 4: MEDICIÓN**

**El estudiante es capaz de utilizar sistemas, herramientas y técnicas de medición para establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.**

El estudio de la medida es crucial en el currículo de matemáticas escolar debido a su generalidad y aplicabilidad en muchos aspectos de la vida. El estándar *Medida* incluye la comprensión de los atributos, unidades, sistemas y procesos de medición, así como la aplicación de técnicas, herramientas y fórmulas para determinar medidas. La medición puede servir como una forma de integrar los diferentes ejes de la matemática, debido a que ofrece oportunidades de aprender y aplicar este conocimiento en otras áreas de las matemáticas como números, geometría, funciones y estadística.

### **ESTÁNDAR DE CONTENIDO 5: ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDAD**

**El estudiante es capaz de utilizar diferentes métodos de recopilar, organizar, interpretar y presentar datos para hacer inferencias y conclusiones.**

El razonamiento estadístico es esencial para desempeñarse como un ciudadano y un consumidor informado. El estándar *Análisis de Datos y Probabilidad* lleva a los estudiantes a formularse preguntas acerca de diferentes temas y recolectar, organizar y mostrar datos relevantes para responderse esas preguntas. Adicionalmente, este estándar enfatiza el aprendizaje de métodos estadísticos apropiados para analizar datos, hacer inferencias y predicciones basadas en los datos; comprender y usar los conceptos básicos de probabilidad.

# Estándares de Contenido



## NUMERACIÓN Y OPERACIÓN

- Sentido numérico
- Significado de las operaciones
- Operaciones y estimados



## ÁLGEBRA

- Patrones y relaciones
- Representación (Ecuaciones, inecuaciones y expresiones)
- Modelos matemáticos
- Cambio



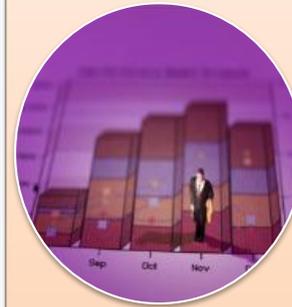
## GEOMETRÍA

- Formas geométricas y propiedades
- Localización y relaciones espaciales
- Transformaciones y simetría
- Razonamiento espacial y modelos



## MEDICIÓN

- Unidades de medida
- Técnicas de medición



## ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDAD

- Representación de datos
- Análisis de datos
- Inferencias y predicción
- Probabilidad

**P R O C E S O S**

## Los Estándares y el Currículo de Matemáticas

Un currículo es algo más que una colección de actividades. Tiene que ser coherente, estar centrado en matemáticas importantes y bien articulado a través de los diferentes grados y niveles del sistema educativo.

Un currículo de matemáticas determina, en gran manera, lo que los estudiantes tienen oportunidad de aprender y lo que realmente aprenden. En un currículo coherente, las ideas matemáticas están entrelazadas y se construyen unas sobre otras, para que así profundice la comprensión y el conocimiento del estudiante y aumente su habilidad para aplicarlas. Un currículo efectivo se centra en unas matemáticas importantes; matemáticas que preparen para un estudio continuado y para la resolución de problemas en diferentes entornos: el salón de clases, su hogar o el mundo del trabajo. Una buena articulación del currículo incentiva a los estudiantes para ir aprendiendo ideas matemáticas cada vez más complejas a medida que avanzan en sus estudios.

En un currículo debidamente articulado, las conexiones deberían destacarse, tanto en el currículo como en las lecciones y en el material de enseñanza. Un currículo realmente coherente organiza e integra ideas matemáticas importantes para que los estudiantes puedan ver cómo se basa una en otras o se conectan entre sí y, consecuentemente, los capacite para desarrollar conocimientos y destrezas nuevos.

Al planificar las lecciones, los maestros deberán esforzarse en organizar los contenidos para que las ideas fundamentales formen un todo integrado. Las ideas centrales correspondientes a contextos diversos deberán establecerse cuidadosamente, prestando la debida atención a la terminología, las definiciones, la notación y los conceptos y destrezas que van apareciendo en el proceso. Secuenciar coherentemente las lecciones a lo largo de las unidades y los niveles de enseñanza, supone un desafío. Por lo demás, es necesario que los maestros sean también capaces de adaptar y sacar provecho de las oportunidades que se presenten para enfocar las lecciones en direcciones no previstas.

Por otro lado, los currículos deberán centrarse en contenidos y procesos que sean merecedores de la atención y el tiempo que le dedican los estudiantes. Los temas matemáticos se consideran importantes por ser útiles para desarrollar otras ideas matemáticas, enlazar diferentes áreas de las como disciplina y como creación humana. Es de destacar también la importancia de los conceptos matemáticas para la resolución de problemas en matemáticas y en otros campos. Nociones básicas como las de valor posicional, equivalencia, proporcionalidad, función y tasa de variación deberán ocupar un lugar prominente en el currículo, ya que capacitan para entender otras ideas y sirven de conexión entre diferentes áreas de matemáticas. El pensamiento matemático y las habilidades de razonamiento, incluyendo formular conjeturas y desarrollar sólidos argumentos deductivos, tienen importancia porque sirve de base a nuevas ideas y promueven un estudio posterior. Muchos conceptos y procesos, tales como la simetría y la generalización, pueden ayudar a profundizar en la naturaleza y belleza de las matemáticas.

Muchos autores (Hargreaves, 1998; Drake, 1998; Quintero, 2005; López, 2005) destacan el esfuerzo que debe realizarse para dejar de trabajar el currículo de manera fragmentada y buscar puentes que permitan construir currículos en los que el énfasis no sean los contenidos, sino la manera en la que éstos se relacionan entre sí. Este enfoque puede atender: la reducción y duplicidad de destrezas y conceptos; un mayor grado de pertinencia para los estudiantes, dándole un contexto de su realidad; una visión integradora por parte del estudiante de los temas e ideas tratadas, en lugar de un cuadro fragmentado y desconectado de su realidad.

Además, el currículo debe ofrecer experiencias que permitan ver que esta disciplina se utiliza poderosamente para modelar y predecir fenómenos del mundo real. Debería enfatizarse también los procesos y destrezas que fundamentan la capacidad para cuantificar de los estudiantes. Unos ciudadanos inteligentes deberán ser capaces de juzgar afirmaciones, descubrir falacias, evaluar riesgos y sopesar pruebas (Price, 1997).

Aunque reconocemos la naturaleza dinámica de los documentos curriculares, el currículo en sí no se necesario que permanezca invariable. Son posibles y, en cierto modo inevitables, diferentes configuraciones de ideas matemáticas importantes. La importancia relativa de algunos tópicos puede cambiar con el tiempo, como respuesta al cambio de sensibilidad en cuanto a su utilidad y a nuevas demandas y posibilidades. Por ejemplo, la recursión, la iteración y la comparación de algoritmos están recibiendo mayor atención en las matemáticas escolares debido a su creciente relevancia y utilidad en el mundo de la tecnología.

Asimismo, aprender matemáticas supone acumular ideas e ir construyendo, sucesivamente, conocimientos más profundos y perfeccionados. El currículo debería proporcionar una guía que ayude al maestro a conducir a sus estudiantes a niveles crecientes de complejidad y profundidad de conocimiento. Tal guía requiere un currículo bien articulado, para que los maestros sepan qué matemáticas han estudiado sus estudiantes en los niveles anteriores y qué debe enfatizarse en los siguientes. Según van subiendo de nivel, los estudiantes deberán comprometerse más profundamente con las ideas matemáticas, y se espera que aumente su comprensión y habilidad para aplicar sus conocimientos. Sin una clara articulación del currículo a través de todos los niveles, es inevitable la duplicación de esfuerzos y la revisión constante. Un currículo bien articulado asesora a los maestros en cuanto a las ideas matemáticas importantes, o los temas principales que deben recibir especial atención en cada momento. También les guía y asegura respecto a la profundidad de tratamiento de determinados conceptos y destrezas, y sobre cuándo se espera que concluya este tratamiento.

### Relación entre Estándares, Dominios, Generalizaciones y Preguntas esenciales

	<b>DOMINIO</b>	<b>GENERALIZACIONES</b>	<b>PREGUNTAS ESENCIALES</b>
<b>NUMERACIÓN</b>	<b>SENTIDO NUMÉRICO</b>	Las cantidades se pueden representar de diversas formas.	¿Cómo los números nos ayudan a comunicar la información efectivamente? ¿Qué hace una respuesta exacta?
	<b>SIGNIFICADO DE LAS OPERACIONES</b>	Las mismas operaciones se pueden llevar a cabo en situaciones que parecen ser distintas	¿Por qué es importante conocer cuáles operaciones matemáticas son necesarias en una situación dada?
	<b>OPERACIONES Y ESTIMADOS</b>	La razonabilidad de una respuesta proviene de la selección apropiada del método de cómputo y del uso apropiado del sentido numérico.	¿Cuándo y cómo las personas utilizan las destrezas de cálculos en la vida diaria? ¿Cuándo un estimado es razonable?
<b>ÁLGEBRA</b>	<b>PATRONES, RELACIONES Y FUNCIONES</b>	La matemática es la ciencia de los patrones. Las relaciones se pueden representar verbalmente, gráficamente, numéricamente y algebraicamente.	¿Cómo los patrones y las funciones nos ayudan a describir conjuntos de datos y fenómenos del mundo real? ¿Qué historias pueden “contar” las funciones y relaciones?
	<b>REPRESENTACIÓN</b>	Las representaciones algebraicas generalizan patrones y relaciones.	¿Cómo las expresiones y fórmulas matemáticas nos ayudan a resolver problemas eficientemente?
	<b>MODELOS MATEMÁTICOS</b>	Los modelos matemáticos sirven para representar relaciones cuantitativas.	¿Cómo podemos identificar relaciones cuantitativas en una situación de problema? ¿Qué tipo de funciones puede modelar una situación dada?
	<b>CAMBIO</b>	Las funciones sirven para modelar los procesos dinámicos de cambio.	¿Cómo podemos aproximar e interpretar la razón de cambio a partir de las distintas representaciones de funciones?
<b>GEOMETRÍA</b>	<b>FORMAS GEOMÉTRICAS, PROPIEDADES Y ARGUMENTOS</b>	Los objetos de dos y tres dimensiones pueden describirse, clasificarse y analizarse para desarrollar argumentos sobre sus relaciones geométricas	¿Cómo se utilizan las propiedades de las figuras geométricas para demostrar las relaciones entre ellas?
	<b>LOCALIZACIÓN Y RELACIONES ESPACIALES</b>	La posición de un objeto en el plano o el espacio puede representarse matemáticamente.	¿De qué forma podemos representar la posición de un objeto en el espacio? ¿Cómo usamos las relaciones espaciales, incluyendo la dimensión y la forma para dibujar, construir, modelar y representar situaciones de la vida real o para resolver problemas? ¿Dónde está localizada la figura?

### Relación entre Estándares, Dominios, Preguntas esenciales y Generalizaciones

	<b>DOMINIO</b>	<b>GENERALIZACIONES</b>	<b>PREGUNTAS ESENCIALES</b>
<b>GEOMETRÍA</b>	<b>TRANSFORMACIONES Y SIMETRÍA</b>	Las transformaciones geométricas y la simetría pueden representarse por medio de una función.	¿Qué función representa una transformación? ¿Cuánto ha cambiado la figura?
	<b>RAZONAMIENTO ESPACIAL Y MODELOS GEOMÉTRICOS</b>	Se pueden resolver problemas usando la visualización, el razonamiento espacial y los modelos geométricos.	¿Cómo utilizamos modelos geométricos para representar situaciones del mundo real?
<b>MEDICIÓN</b>	<b>UNIDADES Y SISTEMAS DE MEDIDA</b>	Las unidades de medida nos permiten describir objetos, y establecer comparaciones de manera que pueda ser comprendido por todos.	¿Por qué medimos?
	<b>TÉCNICAS Y FÓRMULAS PARA LA MEDICIÓN</b>	Se pueden determinar las medidas aplicando las herramientas, fórmulas y técnicas apropiadas.	¿Cómo medimos?
<b>ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDAD</b>	<b>REPRESENTACIÓN DE DATOS</b>	Datos relevantes se pueden recolectar, organizar y representar para contestar preguntas.	¿Cuál es el propósito de la representación gráfica de datos y las medidas estadísticas?
	<b>ANÁLISIS DE DATOS</b>	Se deben seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos.	¿Qué tipo de problemas pueden resolverse usando el análisis de datos? ¿Cómo se pueden manipular los datos? ¿Cómo la matemática puede ser persuasiva?
	<b>INFERENCIAS Y PREDICCIONES</b>	Los datos ilustran relaciones de manera que puedan establecerse predicciones e inferencias para la toma de decisiones.	¿Qué se puede predecir o inferir de un conjunto de datos?
	<b>PROBABILIDAD</b>	La probabilidad de que un evento ocurra se puede representar matemáticamente	¿Qué probabilidad hay que de un evento ocurra?

## Los Estándares y la Equidad: Grandes expectativas para TODOS

Hacer realidad de que estos Estándares y Expectativas sean para todos los estudiantes, desde el Kindergarten hasta el nivel superior, no sólo es un objetivo fundamental sino también un importante reto. Alcanzar este objetivo requiere aumentar las expectativas de aprendizaje para todos los estudiantes, desarrollar métodos efectivos de apoyo, y proporcionar, a estudiantes y maestros, los recursos necesarios.

Todos los estudiantes, independientemente de sus características, impedimentos, limitaciones lingüísticas y/o circunstancias personales, deben tener oportunidades para estudiar matemáticas y apoyo para aprenderlas. La equidad no significa que todos deban recibir la misma instrucción; por el contrario, exige que se hagan adaptaciones razonables y apropiadas para proporcionar la posibilidad a todos los estudiantes de alcanzar las expectativas que esbozamos en este documento.

Todos los estudiantes necesitan acceder cada año a un currículo coherente y estimulante, enseñado por maestros de matemáticas competentes y de alta calidad. Además, el aprendizaje y aprovechamiento de los estudiantes deberán ser evaluados e informados de manera que se señalen las áreas que requieran una atención adicional inmediata.

Equidad en educación matemática supone un reto frente a una creencia, muy extendida en nuestra sociedad, de que sólo algunos estudiantes son capaces de aprender matemáticas. Esto, conduce a bajas expectativas para demasiados estudiantes. Las bajas expectativas son especialmente problemáticas, ya que los estudiantes pobres, los que no tienen dificultades con el idioma, los que sufren alguna discapacidad, las mujeres, los estudiantes con bajos niveles de pobreza, los estudiantes que siguen estudios en escuelas vocacionales y otros estudiantes, han tenido tradicionalmente muchas más probabilidades de ser las víctimas, que sus colegas de otros grupos demográficos. Las expectativas tienen que aumentar: las matemáticas pueden y deben ser aprendidas por todos los estudiantes.

Equidad requiere que se haga partícipe, de palabra y obra, a **todos** los estudiantes, de grandes expectativas de aprendizaje. Los maestros comunican expectativas al interactuar con sus estudiantes durante las clases, a través de sus comentarios a las tareas escritas, cuando asignan grupo a los estudiantes, por medio de la presencia o ausencia de apoyo constante a los que se esfuerzan por conseguir grandes logros, y en sus contactos con los adultos significativos en la vida del alumno. Estas acciones, junto con las ya realizadas y las decisiones tomadas fuera del salón de clases para asignar a los estudiantes diferentes clases o currículo diferentes, determinan las oportunidades de aprender e influyen en las creencias que tienen los estudiantes en su capacidad para tener éxito en matemáticas. Las escuelas están obligadas a asegurar que

todos los estudiantes participen en un programa de educación sólido que apoye su aprendizaje matemático. Las grandes expectativas pueden alcanzarse en parte con programas que interesen al estudiantado y le ayuden a considerar la importancia y la utilidad, para su provenir, de un estudio continuado de las matemáticas.

Mayores expectativas, no bastan para alcanzar el objetivo de una educación matemática equitativa para todos los estudiantes. Todos deberán tener acceso a un programa de matemáticas excelente y equitativo, que proporcione un sólido apoyo para su aprendizaje, y considere los conocimientos previos, las capacidades intelectuales y los intereses personales.

Algunos estudiantes pueden necesitar mayor ayuda para enfrentarse a grandes expectativas en matemáticas. Por ejemplo, algunos de ellos pueden necesitar acomodos en la evaluación. Otros estudiantes con algún tipo de discapacidad pueden necesitar más tiempo para completar sus tareas, o bien, les beneficiarían más las evaluaciones orales que las escritas. Los que tengan dificultades en matemáticas pueden necesitar recursos adicionales, como programas especiales, clases particulares, ayuda de sus compañeros o de estudiantes de niveles más avanzados. También, aquellos estudiantes con especial interés por la disciplina o excepcional talento para ella, pueden necesitar programas más ricos o más recursos para estimularlos y comprometerlos. El talento e interés de estos estudiantes tienen que alimentarse y apoyarse para que tengan la oportunidad y la guía necesarias para sobresalir. Las escuelas deben tener cuidado en acomodar las necesidades especiales de algunos estudiantes, sin entorpecer el aprendizaje de otros.

La tecnología puede contribuir a alcanzar la equidad en la clase. Por ejemplo, las herramientas tecnológicas pueden proporcionar oportunidades a todos los estudiantes para explorar ideas y problemas matemáticos complejos; pueden aportar programas tutoriales estructurados para aquellos estudiantes que necesitan enseñanza complementarias y ejercitación en las tareas, o pueden conectar a estudiantes de comunidades rurales a oportunidades educativas o recursos intelectuales de los que no disponen con facilidad.

Las computadoras con programas de reconocimiento y creación de voz pueden ofrecer a maestros y compañeros de clase el acceso a ideas matemáticas y argumentos desarrollados por los estudiantes con discapacidades, quienes, de otro modo, serían incapaces de compartir sus pensamientos. Además, la tecnología puede ser eficaz para atraer a los estudiantes que se desentenden de las matemáticas cuando el enfoque no es tecnológico. Es importante que todos los estudiantes tengan oportunidades de usar la tecnología en forma adecuada para acceder a ideas matemáticas interesantes e importantes. El acceso a la tecnología no debe convertirse en otro componente de la desigualdad educativa.

Investigaciones bien documentadas apuntan a que todos los estudiantes, incluidos aquéllos que han sido tradicionalmente marginados, pueden aprender matemáticas cuando disponen de programas de gran calidad que sostengan su aprendizaje (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, 2007).

## **Poblaciones Especiales**

Todos los estudiantes deben estudiar el contenido y los procesos que se describen en este documento. La meta de todos debe ser adquirir y actuar sobre el conocimiento estipulado por los estándares curriculares de matemáticas y, a la misma vez, desarrollarse como seres humanos integrados. Sin embargo, existen dos canales de enriquecimiento que tienen una función importante para el logro de los estándares. La siguiente ilustración ayuda a entender los canales que se describen luego.

### **Primer canal de enriquecimiento:**

Existen varias causas por las cuales los estudiantes pueden experimentar dificultades para aprender en algunas etapas de su vida escolar. Algunas causas internas son:

- alteraciones en el desarrollo intelectual
- alteraciones del lenguaje y la capacidad psicomotora
- alteraciones neurológicas
- perturbaciones emocionales

Algunos factores externos que afectan el aprendizaje son:

- problemas socio-ambientales
- ausentismo escolar
- enseñanza inadecuada

Se proveerán experiencias de enriquecimiento para atender estas dificultades, una vez que se haya identificado la causa específica. Se hará énfasis, por lo tanto, en diagnosticar las causas para aplicar un tratamiento efectivo que evite el rezago. Este enfoque de prevención puede lograrse con varias estrategias y acciones, como por ejemplo:

- tutorías
- materiales educativos suplementarios
- atención a los aspectos de autoestima y motivación
- ayuda individualizada
- enseñanza cooperativa
- uso de manipulativos, calculadoras y computadoras
- otros recursos tecnológicos

El uso de estas estrategias no debe implicar una separación física del resto de los estudiantes. Se harán, con suficiente prontitud, todos los esfuerzos necesarios para corregir los problemas identificados, de modo que el estudiante continúe desarrollando los conocimientos y actitudes que le permitan cumplir con los estándares curriculares de matemática.

### **Segundo canal de enriquecimiento:**

Hay estudiantes que, desde temprano en su vida escolar, demuestran un alto rendimiento o talento especial para el aprendizaje de la matemática. Es importante mantener un nivel adecuado de motivación en estos estudiantes y retarlos con experiencias de enriquecimiento. Estas experiencias deben añadirse a las que provee el currículo básico y pueden incluir, entre otras:

- proyectos de investigación
- cursos de nivel avanzado
- seminarios sobre temas especiales
- competencias de matemáticas

Las experiencias adicionales que se provean a los estudiantes talentosos no deben afectar el desarrollo de los conceptos, destrezas y actitudes del currículo básico. El contenido del currículo básico o medular es el descrito en las tablas de contenido y procesos que se presentan más adelante.

El contenido específico de estas experiencias debe armonizarse con las exigencias del nivel universitario, ya que con mucha probabilidad estos estudiantes continúen estudios superiores. Aunque todos los estudiantes egresados del sistema escolar tendrán las competencias para continuar sus estudios o prepararse para la profesión o el oficio de su elección, los estudiantes que han tenido experiencias adicionales deberán estar mejor preparados para iniciar estudios universitarios.

# **EDUCACIÓN ESPECIAL**

## ACOMODOS Y MODIFICACIONES

### A. Definición

1. Significará el ajuste lógico adecuado o razonable que permite o faculta a una persona cualificada para el trabajo, con limitaciones físicas, mentales o sensoriales ejecutar o desempeñar las labores asignadas a una descripción o definición ocupacional. Incluye ajustes en el área de trabajo, construcción de facilidades físicas, adquisición de equipo especializado, proveer lectores, ayudantes, conductores o intérpretes y cualquier otra acción que razonablemente le facilite el ajuste a una persona con limitaciones físicas, mentales o sensoriales en su trabajo y que no representa un esfuerzo extremadamente oneroso en términos económicos.
2. Significará, además, la adaptación, modificación, medida o ajuste adecuado o apropiado que deben llevar a cabo las instituciones privadas y públicas para permitirle o facultarle a la persona con impedimento cualificada a participar en la sociedad e integrarse a ella en todos los aspectos, inclusive, trabajo, instrucción, educación, transportación, vivienda, recreación y adquisición de bienes y servicios.
3. Son prácticas y procedimientos en las áreas de presentación, forma de responder, ambiente y lugar, y tiempo e itinerario que proveen acceso equitativo durante la enseñanza y evaluación para estudiantes con impedimentos. Estos tienen la intención de reducir o quizás eliminar los efectos del impedimento en los estudiantes; no reducen las expectativas para el aprendizaje.
4. La sección 504 de la Ley de Rehabilitación de 1973 requiere a las escuelas públicas la provisión de acomodados a estudiantes con impedimentos aún si no cualifican para servicios de educación especial bajo IDEIA. (29 USC Sec 794).
5. Las adaptaciones y acomodados razonables para estudiantes con impedimentos – según se define bajo la Sección 602 de la Ley de Mejoramiento Académico para Individuos con Impedimentos – son necesarios para medir el aprovechamiento académico del estado y a los estándares académicos de ejecución para los estudiantes de cada estado.

**B. Modificación**

1. Son prácticas que cambian, bajan o reducen las expectativas para el aprendizaje.
2. Pueden afectar de manera adversa a los estudiantes a través de su carrera educativa
3. Requerir a un estudiante que aprenda menos material (menos objetivos, unidades o lecciones más cortas, menos páginas o problemas).
4. Reducir las asignaciones o evaluaciones de manera que el estudiante solamente necesite contestar los problemas o preguntas más fáciles.

**C. Un estudiante puede recibir acomodo, aunque no sea de educación especial**

1. Enfermedades contagiosas
2. Impedimentos temporeros
3. Alergias o asma
4. Adicción a drogas o alcohol, mientras no estén utilizando drogas ilegales en ese momento.
5. Adicción a drogas o alcohol
6. Enfermedades ambientales
7. Dificultades de atención
8. Otras.

**D. Consideraciones importantes para el uso de los acomodados**

1. Mantener las expectativas de que el estudiante con impedimentos pueda lograr estándares académicos a nivel del grado.
2. Aprender sobre acomodados para la enseñanza y la evaluación.
3. Seleccionar acomodados para la enseñanza y evaluación del estudiante.
4. Administrar acomodados durante la enseñanza y evaluación.
5. Evaluar y mejorar el uso de los acomodados.
6. Los acomodados que se le proveen al estudiante tienen que ser los mismos para la enseñanza y evaluación en el salón de clases y los que se utilizan en los procesos de evaluación de la Agencia

## **E. Categorías de acomodados**

1. Acomodos de presentación – Permite a los estudiantes acceso a información de manera que no requiere la lectura visual de la letra impresa tradicional. Estos modos alternos de acceso son auditivos, Mult.-sensorial, táctiles y visuales.
2. Acomodos de forma de responder – Permite a los estudiantes completar actividades, asignaciones y evaluaciones en diferentes maneras o de resolver u organizar problemas utilizando algún tipo de equipo u organizador que lo asista
3. Acomodos de ambiente y lugar – Cambia el lugar en el cual la prueba a la asignación se llevará a cabo o las condiciones del ambiente de la evaluación.
4. Acomodos de tiempo e itinerario – Aumenta la cantidad de tiempo permitido para completar una evaluación o asignación y quizás cambia la manera en que se organiza el tiempo.

## **F. Toma de exámenes**

1. Ofrezca tiempo adicional.
2. Acorte el material de la prueba.
3. Divida la prueba en varios días. (fragmentar)
4. Ofrezca repasos frecuentes y con antelación.
5. Coordinar repasos con los maestros de Educación Especial.
6. Ofrezca práctica de ejercicios a realizar en la prueba.

## **G. Referencias**

1. Proveer libros alternativos con conceptos similares, pero en un nivel de lectura más sencillo.
2. Proveer cintas grabadas de textos y permitirle al estudiante que lo siga mientras escucha.
3. Proveer resúmenes de los capítulos.
4. Proveer material de lectura interesante a un nivel un poco más alto pero que sea cómodo para el nivel de lectura del estudiante.
5. Utilizar pares como lectores.
6. Utilizar marcadores que subrayen la importancia de secciones del texto.
7. Utilizar oraciones con líneas en blanco para ser llenadas con palabras.
8. Proveer dos grupos de libros, uno para la casa y otro para la escuela.
9. Utilizar tarjetas para anotar los temas más importantes.
10. Proveer al estudiante una lista de preguntas de discusión antes de leer el material.

## **H. Ambiente en el salón**

1. Desarrollar reglas individualizadas para el estudiante.
2. Evaluar la estructura del salón que está en contra de las necesidades del estudiante (estructura flexible, límites firmes, etc.)
3. Mantener el lugar de trabajo limpio de materiales no relacionados.
4. Reducir las distracciones visuales en el salón (móviles, etc.)
5. Proveer una computadora para los trabajos escritos.
6. Sentar al estudiante cerca de la maestra o de un par que sea un modelo positivo.
7. Utilizar cubículos o cabinas de estudio. (Tener adicionales para que el estudiante que prefiera esta alternativa).
8. Sentar al estudiante lejos de ventanas y puertas.
9. Proveer una visión libre de obstrucciones de la pizarra, la maestra (maestro), pantalla, entre otros.
10. Tener materiales escolares adicionales (lápices, libros) disponibles.
11. Utilizar alternativas de crucigramas o palabragramas, entre otros.
12. Mantener espacio adecuado entre los pupitres o mesas del salón.

## **I. Instrucciones**

1. Utilizar instrucciones orales e impresas.
2. Ofrecer instrucciones poco a poco con las menos palabras posibles.
3. Enumerar la secuencia de los pasos en la tarea.
4. Promover que el estudiante repita las instrucciones de la tarea.
5. Proveer ayuda visual.
6. Demostrar un modelo del producto final siguiendo las instrucciones (ejemplo; un problema matemático con todos los pasos, una prueba corta finalizada).
7. Mantenerse cerca del estudiante cuando se ofrecen las instrucciones o se presenta una lección.

## **J. Tiempo/transiciones**

1. Alertar al estudiante minutos antes de la transición de una actividad planificada a otra, ofrecer varios recordatorios.
2. Proveer tiempo adicional para completar la tarea.
3. Permitir tiempo adicional de entregar los trabajos sin penalidad.
4. Proveer asistencia cuando hay desplazamiento fuera del salón.

## **K. Escritura**

1. Utilizar hojas de trabajo que requieren escritura mínima.
2. No devolver trabajo escrito para que sea re-copiado por el estudiante. No le des nota por la escritura del trabajo escrito.
3. Utilizar preguntas con espacio para respuestas cortas en vez de un ensayo corto.
4. Proveer un “anotador designado” o fotocopiar las notas de otro estudiante o las notas de la maestra.
5. Proveer un resumen impreso con videocintas o películas.
6. Proveer una copia impresa de cualquier asignación o instrucción escrita en la pizarra.
7. Omitir asignaciones que requieren copiar, o dejar al estudiante utilizar una grabadora para dictar las respuestas.

## **L. Asignación de notas**

1. Proveer una nota parcial basada en el progreso y esfuerzo individual.
2. Darle más peso al trabajo diario en vez de los exámenes a un estudiante que ejecuta bajo en los mismos.
3. Marcar las respuestas correctas en vez de las incorrectas.
4. Permitir al estudiante volver a hacer el trabajo perdido por una mejor nota.
5. Sacar un promedio cuando se cuenta el trabajo re-hecho o contar el mejor trabajo.
6. Utilizar la categoría PASAR/NO PASAR (Pass-Fail) o una alternativa al sistema de notas cuando un estudiante es evaluado según su crecimiento.
7. Permitir al estudiante retomar el examen hasta que lo pase.
8. Si una porción de la nota está basada en la participación en clase, modificar las expectativas de participación.

## **M. Pruebas**

1. Ofrecer las instrucciones oralmente.
2. Enseñar al estudiante cómo tomar exámenes (ejemplo; cómo repasar, planificar el tiempo en cada sección)
3. Proveer una lista de vocabulario con definiciones.
4. Permitir el tiempo necesario para terminar el examen.
5. Permitir que los exámenes sean tomados en un salón con pocas distracciones (ejemplo, la biblioteca).
6. Leerle el examen al estudiante y permitir las respuestas orales.
7. Dividir el examen en secciones pequeñas de respuestas o problemas similares.

8. Utilizar pruebas de reconocimiento (cierto o falso, selección múltiple, pareo).
9. Permitir al estudiante completar un proyecto independiente como prueba alternativa.
10. Dar informes de progreso en vez de notas.
11. Dar nota de deletreo o escritura separada del contenido.
12. Proveer material escrito en procesador de palabras, no en manuscrito.
13. Permitir los exámenes para llevarse a la casa o con el libro abierto.
14. Proveer posibles respuestas a las secciones para llenar los espacios con líneas sin palabras (llena blancos).
15. Proveer la letra palabra de la palabra ausente.

## **N. Acomodos en matemáticas**

### **1. Recomendaciones**

- a. Refuerce las instrucciones escribiéndolas.
- b. Provea más tiempo para dar instrucciones, refuerzos y prácticas a los estudiantes que lo necesitan.
- c. Al usar diferentes gráficas de barras se recomienda usar diferentes texturas.
- d. Uso de materiales variados para ayudar a construir imágenes concretas
- e. Dirija al estudiante paso a paso a través de instrucciones; no importa cuan pequeño sea cada paso, esto asegura logros en el niño.
- f. Provea estímulos y refuerzos positivos frecuentemente.
- g. Provea experiencias directas, prácticas concretas cuantas veces sea posible
- h. Considere en el proceso de enseñanza y aprendizaje, las modalidades más fuertes del niño; audición, visión, entre otros mientras refuerza aquellas que resultan débiles.
- i. Use varios enfoques para enseñar el mismo concepto. Evite ejercicios que resulta tedioso y sin significado para el niño.
- j. Repase el material frecuentemente para que el niño no olvide las destrezas previamente aprendidas
- k. Pregunte al estudiante ocasionalmente en relación sobre lo que se discute para estar seguro que esta entendiendo la discusión de la clase.
- l. Pídale al estudiante que haga preguntas cuando no entienda lo que se esta trabajando.
- m. Utilice material visual para que el estudiante haga las asociaciones necesarias para aprender nuevas cosas
- n. Utilizar organizadores gráficos y visuales.
- o. Cambiar al estudiante de lugar para reducir distracciones

- p. Reconocer los Patrones Matemáticos: Enseñe al estudiante a reconocer los patrones que se repiten al sumar, restar, multiplicar o dividir números enteros.
  - q. Actividades de Matemáticas en Grupo: Haga parejas de un niño con impedimentos junto con otro estudiante sin impedimentos y permítales hacerse preguntas mutuamente en cuanto a sus destrezas básicas en la computadora.
  - r. Códigos de Color Para los Símbolos Aritméticos: Ponga código de color a los símbolos aritméticos básicos tales como +, -, y = para proporcionar pistas visuales para los niños cuando están haciendo cálculos con números enteros.
  - s. Usando La Calculadora Para Revisar Cálculos Básicos. Pida al estudiante que use la calculadora para revisar sus sumas, restas, multiplicaciones, o divisiones.
  - t. Use Ejemplos del Uso del Dinero "En la Vida Real". Proporcione a su niño oportunidades para que practique sus habilidades con el uso de la moneda en situaciones que ocurren naturalmente "en la vida real". Por ejemplo, pídale que calcule la vuelta del dinero cuando pague un almuerzo en la cafetería de la escuela
  - u. Juegos de Mesa para Cálculos Básicos. Pídale al estudiante que juegue juegos de mesa para practicar sus sumas, restas, multiplicaciones, o divisiones de números enteros.
  - v. Juegos de Computadora para Cálculos Básicos. Programe tiempo en la computadora para que el niño haga ejercicios y practique las ideas básicas de las operaciones.
  - w. Programas Estructurados para Cálculos Básicos. Enseñe las habilidades básicas de las operaciones por medio de un programa estructurado.
  - x. Resolviendo Problemas Planteados en Palabras.
2. Para brindar ayuda a niños con impedimentos para que mejoren sus habilidades para resolver problemas matemáticos planteados en palabras pruebe las siguientes ideas:
- a. Releer el Problema. Muestre al niño o niña a leer dos veces los problemas planteados antes de comenzar a calcular la respuesta.
  - b. Usando Palabras Clave. Enseñe a los niños a encontrar la palabra clave que indica qué operación ha de usarse cuando se resuelven problemas. Por ejemplo, las palabras como "suma", "total" o "todo junto" pudiera indicar una operación de suma.
  - c. Recta Numérica. Proporcione una recta numérica que el niño la use en el cálculo de números enteros.

- d. Actividades manuales. Use Actividades manuales para ayudar a los alumnos a que obtengan habilidades básicas de cálculo, como contar fichas para sumar números de un solo dígito.
- e. Papel Cuadrulado. Pídale al estudiante que use papel cuadrulado para ayudarlo a organizar las columnas cuando esté sumando, restando, multiplicando, o dividiendo números enteros.
- f. Cuaderno de Tareas. Proporcione al estudiante un cuaderno de tareas para ayudarlo a organizar las tareas escolares y trabajo de escritorio.
- g. Carpetas con Código de Color. Proporcione al estudiante carpetas con código de color para ayudarlo a organizar las asignaciones para diferentes materias académicas (por ejemplo, lectura, matemáticas, ciencias sociales, y ciencias naturales).
- h. Compañeros de Tareas Escolares. Asigne al estudiante un compañero para ayudarlo a tomar nota de las tareas escolares y trabajos de escritorio en la carpeta apropiada y en el cuaderno de tareas.
- i. Usando un Reloj de Pulsera. Enseñe al estudiante a leer y a usar un reloj de pulsera para manejar su tiempo cuando esté terminando un trabajo asignado.
- j. Usando un Calendario. Enseñe al estudiante cómo leer y usar un calendario para programar sus asignaciones.
- k. Practicando Actividades en Secuencia. Brinde al estudiante oportunidades supervisadas de seccionar una tarea que es larga en secuencias de actividades cortas pero interrelacionadas
- l. Creando un Programa de Actividades Diarias. Pegue un horario de actividades diarias planificadas al escritorio del estudiante.
- m. Usando Diagramas de Venn. Enseñe al estudiante con impedimentos a cómo usar los Diagramas de Venn para ayudarlo a ilustrar y organizar los conceptos con claves en la lectura, matemáticas, u otra materia académica.
- n. Habilidades Para Tomar Notas. Enseñe al estudiante con impedimentos a tomar notas cuando esté organizando conceptos académicos claves.
- o. Desarrollando una lista de verificación de errores frecuentes. Proporcione al estudiante una lista de verificación de errores que cometa frecuentemente en las asignaciones de matemáticas (por ejemplo, errores de sumas o restas) o de otra materia académica. Enseñe al estudiante a cómo usar las listas cuando corrija su trabajo en la escuela o en la casa.

- p. Usando una lista de verificación para las tareas escolares.
- q. Proporcione al estudiante una lista de verificación que identifique las categorías de los ítems necesarios para realizar las tareas escolares asignadas (por ejemplo, libros, lápices, y las hojas de asignación de tareas escolares).
- r. Prepare un área de trabajo que no esté abarrotada de objetos.
- s. Enseñe al estudiante con impedimentos a preparar su área de trabajo de manera que no esté abarrotada de cosas y así pueda trabajar con sus tareas. Por ejemplo, dé instrucciones al estudiante para que guarde los libros o los materiales que no va a usar antes de comenzar a hacer sus deberes
- t. Monitoreando las tareas escolares asignadas.
- u. Lleve un registro de las tareas asignadas para los estudiantes con impedimentos. Hable con ellos y con sus padres al respecto y resuelva cualquier problema que tenga para terminar las tareas asignadas. Por ejemplo, evalúe la dificultad de las asignaciones y cuánto tiempo pasan los niños haciendo sus tareas escolares cada noche.

## **O. Comportamiento**

1. Preparar una hoja de cotejo para organizar el día.
2. Unir al estudiante con otro que le sirva de buen modelo de comportamiento para hacer juntos los proyectos de clase.
3. Modificar las reglas del salón que puedan ser discriminatorias.
4. Enmendar las consecuencias por la violación de las reglas (ejemplo; recompensar a un estudiante que todo olvida por traer el lápiz, en vez de regañarlo porque **no** lo trajo.)
5. Minimizar el uso del castigo; proveer consecuencias positivas como negativas.
6. Desarrollar un plan individualizado de intervención del comportamiento que debe ser positivo y consistente con las habilidades y necesidades del estudiante.
7. Aumentar la frecuencia e inmediatez del refuerzo.
8. Acordar con el estudiante la posibilidad de dejar el salón voluntariamente, e ir a un lugar seguro designado cuando está bajo mucho estrés.
9. Desarrollar un sistema o una palabra en código que le deje saber al estudiante cuando su comportamiento no es apropiado.
10. Ignorar comportamientos que no son seriamente problemáticos.
11. Desarrollar intervenciones para los comportamientos que son molestos pero no deliberados (Proveer un pedazo de goma al estudiante que continuamente le da a la mesa o al pupitre con el lápiz).

12. Estar concientes de los cambios en el comportamiento relacionados con la medicación o con el día (de Juegos, obras de teatro, Día de los Enamorados); modificar expectativas.

## **P. ACOMODOS POR IMPEDIMENTOS**

### **1. Problemas visuales**

- a. Cuando un niño no vidente se encuentra en un lugar desconocido, se sentirá más cómodo comunicándose con su amigo y sujetándose por el codo. Deje que el niño ciego le siga, nunca lo empuje por detrás.
- b. Al adaptarse a su nuevo salón de clases el niño ciego encontrará que le es de ayuda tener algunos puntos de orientación tales como: el escritorio de la maestra, una puerta o claves auditivas.
- c. Permita que el niño ciego explore el salón para que tenga un recuerdo mental de sus alrededores.
- d. Sienta al niño de espalda a la luz y cerca de la pizarra, si es que el mismo tiene residuo visual.
- e. Si el estudiante no cuenta con equipo asistivo en el salón de clases, pídale a algún compañero de clases que use papel carbón para así poder ofrecerle copia carbón de lo dictado en el salón o copiado de la pizarra
- f. En los exámenes ofrézcale más tiempo al estudiante si es que lo va a leer o escribir en Braille. Puede dárcelo oral en su grupo o en un tiempo libre. Si el propósito es que comparta con el grupo, grabe el examen y con una grabadora podrá realizar el examen en unión al grupo.
- g. En el salón de clases es otro estudiante más, trátelo como tal.
- h. Al hablar de cosas abstractas, parta de las experiencias del niño para explicarlas. De ser lecciones dadas por usted, explíquelas de forma clara y sencilla. Acuérdesse que lo que para usted es abstracto, (el amor, fe, Dios); para ellos lo es también. Por lo tanto para ellos será la misma explicación.
- i. Para las matemáticas ellos utilizarán el ábaco (instrumento que se utiliza para sumar, restar , multiplicar, dividir, por ciento y otros) o la grabadora
- j. Si el niño tiene un impedimento visual parcial o residuo visual, ese residuo se debe utilizar. Por tanto, el estudiante no estará obligado a usar el Braille, a menos que exista la posibilidad de quedar ciego en el futuro.

## **2. Acomodos con PEA**

- a. Enseñanza individualizada a través de: observaciones directas, evaluación académica continua y cambios significativos en las condiciones ambientales.
- b. Usar métodos multisensoriales para la enseñanza de la lectura.
- c. Deberá anticipar el problema y planifique experiencias que le hagan sentir éxito y que minimice el fracaso y la frustración.
- d. Acomodos con retardo mental.
- e. Establecer para este niño objetivos sencillos con poco material para aprender de una sola vez.
- f. Sea flexible en la selección de la secuencia de la enseñanza.
- g. Trate de ir directamente a lo que se propone que el niño aprenda sin entrar en muchos rodeos.
- h. Dirija al estudiante paso a paso a través de las tareas; no importa cuan pequeño sea cada paso, esto asegura logros en el niño.
- i. Provea estímulo y refuerzo positivo frecuente.
- j. Provea experiencias directas, prácticas concretas cuantas veces sea posible.
- k. Considere en el proceso de enseñanza las modalidades de aprendizaje más fuertes del niño; audición, tacto, visión, entre otros, mientras refuerza aquellas que resultan débiles
- l. Use varios enfoques para enseñar el mismo concepto. Evite el ejercicio que resulta tedioso y sin significado para el niño.
- m. Repase el material frecuentemente para que el niño no olvide las destrezas previamente aprendidas.

## **3. Problemas de audición**

- a. Se deberá sentar en los asientos del frente.
- b. Pregunte al estudiante ocasionalmente en relación a lo que se discute para estar seguro que está entendiendo la discusión de la clase.
- c. Pídale al estudiante que haga preguntas cuando no entienda lo que se está escribiendo.
- d. Antes de discutir un nuevo material escriba una lista de palabras claves
- e. Para ayudar al estudiante, escríbale las asignaciones en la pizarra para que el estudiante las escriba en su libreta.
- f. Déle participación activa en actividades tales como lectura, conversaciones, historietas.

- g. Utilice material visual para que el estudiante haga las asociaciones necesarias para aprender nuevas cosas.
- h. Equipo de audio amplificación.
- i. Uso de gestos, señalar el material.
- j. Permitir al estudiante copiar las notas de un compañero de clases.
- k. Proveerle al intérprete los materiales de instrucción por adelantado.
- l. Aprenda señas y enseñárselas a los estudiantes.
- m. Utilizar organizadores gráficos y visuales.
- n. Cambiarlo de lugar para reducir distracciones

#### **4. Acomodos para problemas de salud**

- a. El horario debe ser discutido con el personal médico para conocer el nivel de tolerancia del estudiante.
- b. Establecer un programa matutino.
- c. Hacer las adaptaciones necesarias en las facilidades físicas.

#### **5. Acomodos para disturbios emocionales**

- a. Debe consistir de un patrón de aprendizaje estructurado que el estudiante entienda y que tenga límites definidos.
- b. Requiere que el maestro sea un modelo positivo para el niño de forma tal que este no imite conductas negativas.
- c. Demanda que el maestro atienda al instante cada conducta inapropiada.
- d. Requiere que el maestro reconozca los sentimientos del niño y sea flexible hacia estos sin ser sensitivo.
- e. Requiere promover en el estudiante el sentido de responsabilidad que le ayude a desarrollar destrezas de tomar decisiones y escoger alternativas de más aceptación social.
- f. Nunca debe causar que el estudiante se sienta arrinconado.
- g. La paciencia del maestro y el uso cuidadoso de situaciones organizadas y estructuradas a través de un período largo de tiempo son necesarios especialmente si el niño está probando relaciones.
- h. A menudo son esenciales los materiales diseñados por el maestro para satisfacer las necesidades académicas, por estos estar acompañados por problema emocional.
- i. Sea consistente. Establezca normas y reglas en el salón de clases que rijan en todo momento.
- j. Hable con el niño, explíquele por qué tiene que hacer las cosas de una forma u otra.

- k. Proveer actividades en las cuales él pueda participar en grupo.

## **6. Acomodos para problemas de habla y lenguaje**

- a. El maestro debe preparar un programa de remediación, particularmente aquellos que dan énfasis al desarrollo del lenguaje algunos casos el niño necesitará los servicios de terapia del habla. En otros casos es suficiente con que el maestro regular reciba orientación de un maestro especialista en la educación de niños con problemas del habla y lenguaje o de un patólogo del habla para llevar a cabo los ejercicios con el niño en la sala regular
- b. Proveer al estudiante variedad de experiencias y sensaciones para el desarrollo de conceptos, vocabulario y construcciones lingüísticas.
- c. Diferenciar si el problema de lenguaje se debe a problemas con el idioma o si es un verdadero problema del lenguaje.
- d. Hablar a un ritmo normal para proveerle un buen modelo al niño y asegurarse de que los niños entienden lo que está diciendo el maestro, especialmente cuando da instrucciones para llevar a cabo tareas.

## **7. Acomodos para impedimentos físicos**

- a. Mantener el niño en programa regular si su condición física y capacidad se le permiten.
- b. Proveer rampas para las sillas de ruedas, barras para moverse, una fuente de agua, baño, etc.
- c. Proveer servicios relacionados tales como terapia física, ocupacional, del habla y transportación.
- d. Adaptar equipo, material y programa curricular a tono con su condición física.
- e. Provisión de recursos humanos que sirven de ayuda y sostén tales como:
  - 1. Enfermera
  - 2. Ayudantes de Maestros
  - 3. Trabajador I
  - 4. Trabajador Social
- f. Cambiar de lugar para aumentar el acceso físico.
- g. Cambiar de lugar para poder acceder equipo especial.
- h. Tiempo extendido
- i. Pausas múltiples o frecuentes.

**AUTISMO Y EL TRASTORNO GENERALIZADO DEL DESARROLLO NO ESPECIFICADO. ("Pervasive Developmental Disorder-not otherwise specified," o PDD-NOS**

<p><b>¿Qué es? Definición federal</b></p>	<p><b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b></p>	<p><b>Recursos</b></p>
<p>El autismo y el trastorno generalizado del desarrollo no especificado ("Pervasive Developmental Disorder-not otherwise specified," o PDD-NOS) son discapacidades del desarrollo que comparten muchas de las mismas características. Generalmente evidentes antes de los tres años de edad, tanto el autismo como el PDD-NOS son trastornos neurológicos que afectan la habilidad del niño en cuanto a comunicación, comprensión del lenguaje, juego, y su relación con los demás.</p> <p>“...una discapacidad del desarrollo que afecta significativamente la comunicación verbal y no-verbal y la interacción social, usualmente evidente antes de los tres años de edad, que afecta adversamente el rendimiento escolar del niño. Otras características a menudo asociadas con el autismo son la exhibición de actividades repetitivas y movimientos estereotípicos, resistencia a todo cambio en el medio ambiente o cambios en la rutina diaria, y reacciones poco usuales a las experiencias sensoriales.”</p>	<p>El diagnóstico temprano y los programas educativos apropiados son muy importantes para los niños con autismo o PDD. La Ley Pública 105-17, el Acta para la Educación de los Individuos con Discapacidades (IDEA), incluye el autismo como categoría bajo discapacidades. A partir de los tres años, los niños con autismo y PDD son elegibles para un programa educacional apropiado a sus necesidades individuales. Los programas educacionales para alumnos con autismo o PDD se enfocan en mejorar las destrezas necesarias para la comunicación, conducta académica y social, y aquellas destrezas para la vida diaria. Aquellos problemas de la conducta y comunicación que interfieren con el aprendizaje a veces requieren la asistencia de un profesional que tenga conocimientos en el campo del autismo quien desarrolla y ayuda a implementar un plan que pueda llevarse a cabo en el hogar y en la escuela.</p> <p>El ambiente escolar debe ser estructurado de tal manera que el programa sea consistente y predecible. Los alumnos con autismo o PDD aprenden mejor y se confunden menos cuando la información es presentada tanto visual como verbalmente. También se considera importante la interacción con compañeros sin discapacidades, ya que estos alumnos proporcionan</p>	<p>Anderson, W., Chitwood, S., &amp; Hayden, D. (1999). <i>Guiándose por la intrincada senda de la educación especial</i>. Bethesda, MD: Woodbine House. (Teléfono: 1-800-843-7323. Web: <a href="http://www.woodbinehouse.com">www.woodbinehouse.com</a>)</p> <p>Tsui, L. (1998, enero). Trastornos generalizados del desarrollo (PDD). Washington, DC: NICHCY. (Disponible en: <a href="http://www.autismo.com/scripts/articulo/smuestra.idc?n=nichcy">www.autismo.com/scripts/articulo/smuestra.idc?n=nichcy</a>)</p>

**AUTISMO Y EL TRASTORNO GENERALIZADO DEL DESARROLLO NO ESPECIFICADO.  
("Pervasive Developmental Disorder-not otherwise specified," o PDD-NOS**

<p><b>¿Qué es? Definición federal</b></p>	<p><b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b></p>	<p><b>Recursos</b></p>
	<p>modelos de destrezas apropiadas en el lenguaje, la interacción social, y la conducta.</p> <p>Para sobrepasar los problemas frecuentes en la generalización de destrezas aprendidas en la escuela, es muy importante desarrollar programas con los padres, para que las actividades de aprendizaje, experiencias, y enfoques puedan ser utilizadas en el hogar y la comunidad.</p> <p>A través de programas educacionales diseñados para satisfacer las necesidades individuales del alumno y servicios especializados para el apoyo de adultos en el empleo y la vivienda, los niños y los adultos con autismo o PDD pueden vivir y trabajar en la comunidad.</p>	

<b>DÉFICIT DE ATENCIÓN</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
<p>"...tener fuerza, vitalidad, o atención limitada, incluyendo una atención elevada a los estímulos del ambiente, que resulta en atención limitada con respecto al ambiente educacional, que es debido a problemas de la salud crónicos o agudos tales como asma, desorden deficitario de la atención o desorden deficitario de la atención e hiperactividad, diabetes, epilepsia, una condición de afección cardíaca, hemofilia, saturnismo, leucemia, nefritis, fiebre reumática, y anemia de célula falciforme, que afecte adversamente el rendimiento académico del niño."[34 <i>Código de Regulaciones Federales</i> Sección 300.7(c)(9)]</p>	<p>Aprenda más acerca de AD/HD. Los recursos que aparecen al final de esta publicación le ayudarán a identificar estrategias para el apoyo de la conducta y maneras efectivas de apoyar al alumno educacionalmente. Más abajo hemos incluido algunas estrategias.</p> <p>Averigüe cuáles cosas específicas son difíciles para el alumno. Por ejemplo, un alumno con AD/HD podría tener dificultades al comenzar una tarea, mientras que otro podría tener dificultades al terminar una tarea y comenzar la siguiente. Cada alumno necesita ayuda diferente.</p> <p>Reglas y rutinas claras ayudan a los alumnos con AD/HD. Fije las reglas, horarios, y asignaciones. Establezca horas para desempeñar tareas específicas. Llame atención a cualquier cambio en el horario. Enséñele al alumno cómo usar un libro de asignaciones y un horario diario. Enséñele además destrezas de estudio y estrategias para aprender, y refuerce éstas regularmente.</p> <p>Ayude al alumno a conducir sus actividades físicas (por ejemplo, deje que el alumno haga su trabajo de pie o en el pizarrón). Proporcione descansos regulares.</p>	<p>Bauermeister, J.J. (2002). <i>Hiperactivo, impulsivo, distraído—¿me conoces? Guía acerca del déficit atencional para padres, maestros, y profesionales</i>. New York: Guilford. (Teléfono: (800) 365-7006. Web: <a href="http://www.guilford.com">www.guilford.com</a>)</p> <p>Fowler, M. (1995, junio). Desorden deficitario de la atención (2a ed.). <i>NICHCY Briefing Paper</i>, 1-16. [Teléfono: 1-800-695-0285. Está también disponible en nuestro sitio: <a href="http://www.nichcy.org/pubs/spanish/fs14stxt.htm">www.nichcy.org/pubs/spanish/fs14stxt.htm</a>]</p> <p>National Institute of Mental Health. (2002). <i>Trastorno hiperactivo de déficit de atención</i>. Bethesda, MD: Autor. (Teléfono: (301) 443-4513. Está también disponible del sitio: <a href="http://www.nimh.nih.gov/publicat/spadhd.cfm">www.nimh.nih.gov/publicat/spadhd.cfm</a>)</p>

<b>DÉFICIT DE ATENCIÓN</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
	<p>Asegúrese de que las instrucciones sean dadas paso por paso, y que el alumno siga las instrucciones. Proporcione instrucciones tanto verbales como escritas. Muchos alumnos con AD/HD también se benefician de realizar los pasos como tareas separadas.</p> <p>Trabaje junto con los padres del alumno para crear e implementar un plan educacional preparado especialmente de acuerdo a las necesidades del alumno. Comparta regularmente información sobre cómo le está yendo al alumno en el hogar y escuela. Tenga altas expectativas para el alumno, pero esté dispuesto a probar nuevas maneras de hacer las cosas. Tenga paciencia. Maximice las oportunidades del alumno para lograr el éxito.</p>	

EPILEPSIA		
<p>De acuerdo a la Fundación de Epilepsia de America (Epilepsy Foundation of America), la epilepsia es una condición física que ocurre cuando hay un breve pero repentino cambio en el cerebro. Cuando las células cerebrales no están funcionando bien, la conciencia, movimientos, o acciones de una persona pueden alterarse por un breve período de tiempo. Estos cambios físicos se conocen como un ataque epiléptico</p>	<p>Los estudiantes con epilepsia o que son propensos a los ataques son elegibles para recibir servicios de educación especial bajo el Acta para la Educación de los Individuos con Discapacidades (IDEA). La epilepsia se clasifica como "impedimento a la salud" (other health impairment) y la escuela y los padres tienen que desarrollar un Programa Educativo Individualizado ("Individualized Education Program," o IEP) a fin de especificar los servicios apropiados. Es posible que algunos alumnos con epilepsia tengan además otras condiciones tales como problemas del aprendizaje. Algunos ataques pueden interferir con las capacidades para el aprendizaje. Si el estudiante tiene el tipo de ataque caracterizado por un breve período de mirada fija, él o ella posiblemente pierda parte de lo que diga el profesor. Es importante que el profesor observe y documente esos episodios e informe a los padres y a la enfermera de la escuela. Dependiendo del tipo de ataque o cuán seguido éstos ocurran, algunos niños pueden necesitar ayuda para poder mantenerse al mismo nivel de los demás alumnos. Esta asistencia puede incluir adaptaciones en el estilo de instrucción dentro de la sala de clases, instrucción para los profesores sobre cómo asistir al niño durante un ataque, y asesoría. Todo esto deberá ser incluido en el Programa Educativo Individualizado (IEP).</p> <p>Es importante que los profesores y personal de la escuela comprendan la condición del niño, los posibles efectos de los medicamentos, y qué hacer en el caso de</p>	<p>Epilepsy Foundation (Oficina Nacional)  4351 Garden City Drive, Suite 500  Landover, MD 20785  (301) 459-3700, (800) EFA-1000  Web: <a href="http://www.epilepsyfoundation.org/contestacion/index.cfm">www.epilepsyfoundation.org/contestacion/index.cfm</a></p>

<b>DÉFICIT DE ATENCIÓN</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
	<p>que el niño tenga un ataque en la escuela. La mayoría de los padres encuentran que una conversación con los profesores al comienzo del año da buenos resultados. Aunque el niño tenga ataques que son controlados mediante medicamentos, es mejor que el personal de la escuela esté informado sobre la condición del niño. El personal de la escuela y la familia deben trabajar juntos para controlar la efectividad de los medicamentos y cualquier efecto producido por éstos. Es importante avisarle al doctor si se nota algún cambio en las destrezas físicas o intelectuales del niño. También pueden ocurrir problemas auditivos o en la percepción, por causa de cambios cerebrales. Las observaciones escritas por parte de la familia y personal de la escuela podrán ayudar en futuras discusiones con el doctor del niño.</p> <p>Los niños y jóvenes con epilepsia deben también tratar con los aspectos psicológicos y sociales de la condición. Esto incluye la manera en que el público percibe los ataques, el miedo de ocurrencias desconocidas, la pérdida de control durante el ataque, y cumplimiento con los medicamentos.</p> <p>Para ayudar a los niños a sentirse más seguros de sí mismos y para que éstos acepten el hecho de tener epilepsia, la escuela puede proveer, al personal y alumnos, un programa de educación sobre la epilepsia,</p>	

<b>DÉFICIT DE ATENCIÓN</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
	<p>incluyendo cómo reconocer un ataque y primeros auxilios.</p> <p>Los estudiantes pueden beneficiarse más cuando la familia y la escuela trabajan juntos. Hay muchos materiales disponibles para las familias y profesores para que éstos puedan trabajar efectivamente como equipo</p>	

<b>ESPINA BIFIDA</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
<p>Espina Bífida quiere decir una partidura en la espina, o sea que la columna vertebral no se ha cerrado completamente. Hay tres tipos de espina bífida (varían de leve a severo) y éstos son:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>Espina Bífida Occulta</i>: Una apertura en una o más de las vertebras (huesos) de la columna espinal, sin ningún daño aparente a la médula espinal.</li> <li>2. <i>Meningocele</i>: Los meninges (o cobertura protectora que rodea la médula espinal) se han salido a través de una apertura en las vertebras, en un saco llamado el "meningocele."</li> <li>3. <i>Myelomeningocele</i>: Esta es la forma más severa de espina bífida, en la cual una porción de la médula espinal sobresale a través de la espalda. En algunos casos, los sacos están cubiertos de cútis; en otros, los tejidos y nervios están expuestos. Generalmente, los términos "espina bífida" y "myelomeningocele" son usados en forma intercambiable</li> </ol>	<p>Los estudiantes con espina bífida son elegibles para recibir servicios de educaci&amp;oacuten especial bajo el Acta para la Educación de los Individuos con Discapacidades (antes conocido como el Acta para la Educación de los Impedidos, Ley Pública 94-142). La espina bífida se clasifica como "impedimento a la salud" (other health impaired) y la escuela y los padres tienen que desarrollar un Program Educativo Individualizado ("Individualized Education Program, o IEP) a fin de especificar los servicios apropiados.</p> <p>Aunque la espina bífida es relativamente común, hasta hace poco la mayoría de los niños que nacían con myelomeningocele morían poco después de nacer.</p> <p>Ahora que el procedimiento de derivación para drenaje de líquido espinal puede llevarse a cabo durante las primeras 48 horas de vida, existen mayores posibilidades de que los niños con myelomeningocele puedan sobrevivir. En muchos casos, estos niños deben ser sometidos a una serie de operaciones a través de su niñez. Los programas escolares deben ser flexibles para acomodar estas necesidades especiales.</p> <p>Muchos niños con myelomeningocele necesitan entrenamiento para el control de la incontinencia. Algunos requieren un catéter, o un tubo de hule o de metal que se introduce por el extremo inferior de la uretra a la vejiga,</p>	<p><i>Espina bífida</i>. (2000). White Plains, NY: March of Dimes. (Disponible en la Biblioteca de la Salud: <a href="http://www.nacersano.org">www.nacersano.org</a>)</p> <p><i>La espina bífida</i>. Chapel Hill, NC: UNC Center for Maternal and Infant Health. (Disponible en: <a href="http://www.mombaby.org/espanol/level2/spina.html">www.mombaby.org/espanol/level2/spina.html</a>)</p> <p>Lutkenhoff, M. (Ed.). (1999). <i>Spina bífida: A parent's guide</i>. Bethesda, MD: Woodbine. (Teléfono: 1-800-843-7323. Web: <a href="http://www.woodbinehouse.com">www.woodbinehouse.com</a>)</p>

<b>ESPINA BIFIDA</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
	<p>para permitir que la orina fluya libremente por el tubo y el chorro de la orina pueda dirigirse a un recipiente.</p> <p>El cateterismo, limpio e intermitente, es necesario para ayudar al niño a beneficiarse de y para tener acceso a la educación especial y servicios relacionados. Por lo tanto, de acuerdo a las cortes, la escuela debe proveer el cateterismo como servicio relacionado a todos los niños que lo requieren. Además, muchos niños aprenden a usar el catéter a una edad temprana.</p> <p>En algunos casos, los niños con espina bífida que también tienen hidrocefalia experimentan trastornos del aprendizaje. Pueden tener dificultades con poner atención en la clase, en la comprensión o expresión, en leer, y en aritmética. Para los niños con trastornos del aprendizaje la intervención temprana les puede ayudar a prepararse para ir a la escuela.</p> <p>La integración de un niño con espina bífida a la escuela con niños que no tienen discapacidades a veces requiere cambios en el ambiente colegial o al currículo. Aunque el estudiante debe colocarse en un ambiente con un mínimo de restricciones, el horario colegial también debe ser lo más normal posible. Varios factores arquitectónicos deben ser considerados antes de la adaptación del ambiente escolar.</p> <p>Hay que recordar que la Sección 504 del Acta de Rehabilitación de 1973 requiere que los programas que reciben fondos federales tengan accesibilidad para los niños</p>	

<b>ESPINA BIFIDA</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
	<p>con discapacidades. Esto puede incluir cambios estructurales (como, por ejemplo, agregar ascensores o rampas para sillas de ruedas) o mediante cambios de horario o ubicación de la sala de clases (por ejemplo, ofrecer la clase en el primer piso).</p> <p>Los niños con mielomeningocele necesitan aprender destrezas de movilidad, y frecuentemente requieren el uso de muletas, aparatos ortopédicos, o sillas de rueda. Es importante que tanto los miembros del equipo escolar como los padres comprendan las capacidades físicas del niño y sus limitaciones. Las discapacidades físicas como la espina bífida pueden tener un profundo efecto en el desarrollo socio-emocional del niño. Para promover el crecimiento personal las familias y los profesores deben alentar a los niños, dentro de los límites de la salud y bienestar, para que éstos puedan ser independientes y participar en las mismas actividades que sus compañeros sin discapacidades</p>	

<b>IMPEDIMENTOS VISUALES</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
<p>Los términos vista parcial, baja visión, legalmente ciego y totalmente ciego son utilizados en el contexto educacional para describir los estudiantes con impedimentos visuales. Estos se definen de la siguiente manera:</p> <p>"Vista parcial" indica que algún tipo de problema visual ha resultado en la necesidad de servicios de educación especial;</p> <p>"Baja visión" se refiere generalmente a algún impedimento visual severo, no necesariamente limitado a la visión de distancia. La baja visión se refiere a todos los individuos con cierto grado de visión pero que no pueden leer el periódico a una distancia normal, aún con la ayuda de gafas o lentes de contacto. Estos individuos combinan todos los sentidos, incluyendo visuales, para aprender, aunque pueden requerir adaptaciones en la luz o tamaño de imprenta, y a veces, el braille;</p> <p>"Legalmente ciego" indica que una persona tiene menos de 20/200 en el ojo más fuerte o un campo de visión limitado (20 grados como</p>	<p>Los niños con impedimentos visuales deben ser evaluados a una temprana edad, para que éstos puedan beneficiarse de los programas de intervención temprana. La tecnología, o computadoras, aparatos ópticos, y el uso de materiales en video pueden ayudar a los niños con vista parcial o baja visión y a los niños ciegos a participar en las actividades regulares de la clase. Además, estos niños tienen a su disposición materiales de imprenta grande y libros en cassette y braille.</p> <p>Los estudiantes con impedimentos visuales pueden necesitar ayuda adicional con aparatos especiales o modificaciones en el currículo regular para enfatizar sus habilidades auditivas, comunicación, orientación y movilidad, opciones para una carrera o vocación, y destrezas necesarias para la vida cotidiana. Los alumnos con baja visión o que son legalmente ciegos posiblemente necesiten ayuda en aprender a usar la visión más eficientemente y cómo trabajar con aparatos y materiales especiales. Aquellos alumnos que tienen problemas visuales, además de otras discapacidades, necesitan un mayor enfoque interdisciplinario y ayuda en el desarrollo de las habilidades necesarias para la vida cotidiana y auto-ayuda.</p>	<p>Para aprender más sobre servicios para personas con impedimentos visuales, visite el <i>Centro de Servicios</i> (Service Center) en el sitio de la American Foundation for the Blind: <a href="http://www.afb.org/services.asp">www.afb.org/services.asp</a></p> <p>Blind Children's Center tiene varias publicaciones en español. (Teléfono: 1-800-222-3566.)</p> <p>Holbrook, M.C. (Ed.). (1996). <i>Children with visual impairments: A parents's guide</i>. Bethesda, MD: Woodbine. (Teléfono: 1-800-843-7323.)</p> <p>National Eye Institute. (2001, agosto). <i>Preguntas comunes sobre la baja visión, su impacto, los servicios disponibles, y lo que puede hacer al respecto</i>. Disponible en Internet: <a href="http://www.nei.nih.gov/nehep/faqs_spanish.htm">www.nei.nih.gov/nehep/faqs_spanish.htm</a></p>

<b>IMPEDIMENTOS VISUALES</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
<p>máximo); y</p> <p>Los estudiantes totalmente ciegos aprenden mediante el alfabeto braille u otros medios no visuales.</p> <p>Un impedimento visual es la consecuencia de una pérdida de la visión funcional, y no un desorden del ojo mismo. Los desórdenes del ojo pueden resultar en impedimentos visuales tales como la degeneración de la retina, albinismo, cataratas, glaucoma, problemas musculares que resultan en disturbios visuales, desórdenes de la cornea, diabetes, desórdenes congénitos e infección.</p>		

LESIÓN CEREBRAL TRAUMÁTICA		
¿Qué es? Definición federal	Implicaciones educativas Consejos para maestros	Recursos
<p>"...una herida adquirida al cerebro causada por una fuerza física externa, que resulta en una discapacidad funcional total o parcial o un impedimento psico-social, o ambos, que afecta adversamente el rendimiento educacional del niño. El término se aplica a heridas abiertas o cerradas a la cabeza que resultan en impedimentos en una o más áreas, tales como la cognición; lenguaje; memoria; atención; razonamiento; pensamiento abstracto; juicio; resolución de problemas; habilidades sensoriales, perceptivas, y motoras; conducta psico-social; funciones físicas; proceso de información; y el habla. El término no se aplica a lesiones cerebrales que son congénitas o degenerativas, o a heridas inducidas por trauma al nacer." 34 <i>Código de Regulaciones Federales</i> Section 300.7(c)(12)</p>	<p>Averigüe cuanto pueda sobre la herida del niño y sus actuales necesidades. Averigüe más acerca de TBI.</p> <p>Déle al alumno más tiempo para completar su trabajo escolar y pruebas.</p> <p>Proporcione instrucciones paso por paso. Para tareas con muchos pasos, déle al alumno instrucciones escritas.</p> <p>Enséñele al alumno cómo ejecutar tareas nuevas. Proporcione ejemplos que vayan con ideas y conceptos nuevos.</p> <p>Tenga rutinas consistentes. Esto ayuda para que el alumno sepa que debe esperar. Si la rutina va a cambiar, informe al alumno de antemano.</p> <p>Asegúrese de que el alumno realmente haya aprendido la destreza nueva. Déle al alumno varias oportunidades para practicar la destreza nueva.</p> <p>Enséñele al alumno a usar un libro de asignaciones y un horario diario. Esto ayuda para que el alumno se organice.</p>	<p>Brain Injury Association. (2001). <i>Trauma cerebral</i>. Alexandria, VA: Autor. [Teléfono: (800) 444-6443. Disponible en: <a href="http://www.biausa.org/word.files.to.pdf/good.pdfs/spanish/traumaCerebral.pdf">www.biausa.org/word.files.to.pdf/good.pdfs/spanish/traumaCerebral.pdf</a>]</p> <p><i>Información sobre daño cerebral en niños, adolescentes, y adultos jóvenes</i>. Wake Forest, NC: L&amp;A Publishing/Training. (Teléfono: (919) 562-0015. Para leer una descripción de este recurso, visite <a href="http://www.lapublishing.com">www.lapublishing.com</a>. En la caja titulada "Search," ponga la palabra "Spanish.")</p> <p>DePompei, R., &amp; Cluett, B. (1998). <i>¡Así soy yo!</i> Wake Forest, NC: L&amp;A Publishing/Training. (Para niños con TBI en la escuela primaria. Teléfono: (919) 562-0015. Web: <a href="http://www.lapublishing.com">www.lapublishing.com</a>)</p> <p>Perspectives Network, Inc. (2002). <i>Preguntas comunes</i>. (Disponible en: <a href="http://www.tbi.org/html/faq-spanish.html">www.tbi.org/html/faq-spanish.html</a>)</p>

LESIÓN CEREBRAL TRAUMÁTICA		
¿Qué es? Definición federal	Implicaciones educativas Consejos para maestros	Recursos
	<p>Tome en cuenta que el alumno puede cansarse rápidamente. Deje que el alumno descanse cuando sea necesario.</p> <p>Disminuya las distracciones.</p> <p>Manténgase en contacto con los padres del alumno. Comparta información sobre cómo le va al alumno en el hogar y en la escuela.</p> <p>Sea flexible sobre las expectativas. Tenga paciencia. Maximice las oportunidades del alumno para lograr el éxito.</p>	<p>Schoenbrodt, L. (Ed.). (2001). <i>Children with traumatic brain injury: A parents' guide</i>. Bethesda, MD: Woodbine House. (Teléfono: 1-800-843-7323. Web: <a href="http://www.woodbinehouse.com">www.woodbinehouse.com</a>)</p> <p>Senelick, R.C., &amp; Dougherty, K. (2001). <i>Living with brain injury: A guide for families</i> (2nd ed.). San Diego, CA: Singular. (Teléfono: 800-347-7707. Web: <a href="http://www.delmarhealthcare.com">www.delmarhealthcare.com</a>)</p> <p>Ylvisaker, M., &amp; Feeney, T. (1998). <i>Collaborative brain injury intervention: Positive everyday routines</i>. San Diego, CA: Singular Publishers. (Teléfono: 1-800-521-8545. Web: <a href="http://www.delmarhealthcare.com">www.delmarhealthcare.com</a>)</p>

<b>PARÁLISIS CEREBRAL</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
<p>Parálisis cerebral es una condición causada por heridas a aquellas partes del cerebro que controlan la habilidad de mover los músculos y cuerpo. <i>Cerebral</i> significa que tiene que ver con el cerebro. <i>Parálisis</i> se refiere a una debilidad o problemas con el uso de los músculos. La herida ocurre a menudo antes del nacimiento, a veces durante el parto o, igual que Jen, pronto después del nacimiento. La parálisis cerebral puede ser leve, moderada, o severa. Parálisis cerebral leve puede significar que el niño es torpe. Parálisis cerebral moderada puede significar que el niño camina cojeando. El o ella podría necesitar un aparato ortopédico o bastón. Parálisis cerebral más severa puede afectar todos los aspectos de las habilidades físicas del niño. El niño con parálisis cerebral moderada o severa podría necesitar una silla de ruedas u otro equipo especial. A veces los niños con parálisis cerebral pueden también tener problemas del aprendizaje, problemas con el oído o visión (llamados problemas sensoriales) o retraso mental. Usualmente, mientras más severa la</p>	<p>□ Aprenda más sobre la parálisis cerebral. Los recursos y organizaciones al final de esta publicación le ayudarán.</p> <p>□ Aunque pueda parecer obvio, a veces la "mirada" de la parálisis cerebral puede dar la impresión equivocada de que el niño con parálisis cerebral no puede aprender tanto como los demás. Concéntrese en el niño individual y aprenda de primera mano cuáles son sus necesidades y capacidades.</p> <p>□ Aprenda las estrategias que usan los maestros de alumnos con discapacidades del aprendizaje. Infórmese sobre diferentes estilos de aprendizaje. De esta manera, usted puede usar el mejor enfoque para un niño particular, basándose en las habilidades de aprendizaje del niño al igual que sus habilidades físicas.</p> <p>□ Sea inventivo. Pregúntese (y a los demás), "¿Cómo puedo adaptar esta lección para dar el mayor alcance posible a un aprendizaje activo y práctico?"</p>	<p>Geralis, E. (1998). <i>Children with cerebral palsy: A parent's guide</i> (2ª ed.). Bethesda, MD: Woodbine House. [Teléfono: (800) 843-7323.]</p> <p><i>La parálisis cerebral</i>. (2000). Disponible en Internet en la Biblioteca de la Salud de: <a href="http://www.nacersano.org">www.nacersano.org</a></p> <p>National Institute of Neurological Disorders and Stroke. (1999). <i>La parálisis cerebral: Esperanza a través de la investigación</i>. Disponible en Internet: <a href="http://www.ninds.nih.gov/disorders/spanish/paraliscerebral.htm">www.ninds.nih.gov/disorders/spanish/paraliscerebral.htm</a></p> <p>United Cerebral Palsy Associations. (n.d.). <i>Parálisis cerebral: Datos y estadísticas</i>. Disponible en Internet: <a href="http://www.ucp.org">www.ucp.org</a>. A la derecha al pie de la página principal, seleccione "En Español."</p>

<b>PARÁLISIS CEREBRAL</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
<p>herida al cerebro, más severa la parálisis cerebral. Sin embargo, la parálisis cerebral no se empeora con el tiempo, y la mayoría de los niños con parálisis cerebral tienen una longevidad normal.</p> <p><i>El Acta para la Educación de Individuos con Discapacidades (IDEA) sirve para guiar cómo los servicios de intervención temprana y servicios de educación especial y servicios relacionados son proporcionados a los niños con discapacidades. Bajo IDEA, la parálisis cerebral es considerada un "impedimento ortopédico," el cual se define como...</i></p> <p>"...un impedimento ortopédico severo que afecta adversamente el rendimiento educacional del niño. El término incluye impedimentos causados por anomalías congénitas (por ejemplo, pie deforme, la ausencia de un miembro, etc.), impedimentos causados por enfermedad (por ejemplo, poliomielitis, tuberculosis de los huesos, etc.) e impedimentos de otras causas (por ejemplo, parálisis cerebral, amputaciones y fracturas o</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>□ Aprenda a apreciar la tecnología asistencial. Busque expertos dentro y fuera de la escuela que le pueden ayudar. La tecnología asistencial puede significar la diferencia entre la independencia o no para su alumno.</li> <li>□ Siempre recuerde, los padres también son expertos. Hable sinceramente con los padres de su alumno. Ellos le pueden decir mucho sobre las necesidades especiales y habilidades de su hija o hijo.</li> <li>□ El trabajo en equipo efectivo para el niño con parálisis cerebral debe reunir profesionales con diversos antecedentes y pericias. El equipo debe combinar el conocimiento en cuanto a planificar, implementar y coordinar los servicios del niño.</li> </ul>	

<b>PARÁLISIS CEREBRAL</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
quemaduras que causan contracturas)." [34 <i>Código de Regulaciones Federales Sección 300.7(c)(9)</i> ]		

<b>PROBLEMAS DE APRENDIZAJE</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
<p>Un problema del aprendizaje es un término general que describe problemas del aprendizaje específicos. Un problema del aprendizaje puede causar que una persona tenga dificultades aprendiendo y usando ciertas destrezas. Las destrezas que son afectadas con mayor frecuencia son: lectura, ortografía, escuchar, hablar, razonar, y matemática.</p> <p>Los investigadores creen que los problemas del aprendizaje son causados por diferencias en el funcionamiento del cerebro y la forma en la cual éste procesa información. Los niños con problemas del aprendizaje no son "tontos" o "perezosos." De hecho, ellos generalmente tienen un nivel de inteligencia promedio o superior al promedio. Lo que pasa es que sus cerebros procesan la información de una</p>	<p>Aprenda lo que más pueda sobre los diferentes tipos de problemas del aprendizaje.</p> <p>¡Aproveche la oportunidad de hacer una gran diferencia en la vida de este alumno! Averigüe cuáles son las potencialidades e intereses del alumno y concéntrese en ellas. Proporcione al alumno respuestas positivas y bastante oportunidades para practicar.</p> <p>Revise los archivos de evaluación del alumno para identificar las áreas específicas en las cuales tiene dificultad. Hable con especialistas en su escuela (por ejemplo, maestros de educación especial) sobre métodos para enseñar a este alumno. Proporcione instrucción y acomodaciones para tratar con las necesidades especiales del alumno.</p> <p>Algunos ejemplos incluyen:</p>	<p>ldonline.org/cclinfo/spanish_index.html</p> <p><a href="http://www.schwablearning.org">www.schwablearning.org</a></p> <p><a href="http://www.ldaamerica.org">www.ldaamerica.org</a></p>

<b>PROBLEMAS DE APRENDIZAJE</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
<p>manera diferente.</p> <p>“...un desorden en uno o más de los procesos psicológicos básicos involucrados en la comprensión o uso del lenguaje, hablado o escrito, que puede manifestarse en una habilidad imperfecta para escuchar, pensar, hablar, leer, escribir, deletrear o hacer calculaciones matemáticas, incluyendo condiciones tales como problemas perceptuales, lesión cerebral, problemas mínimos en el funcionamiento del cerebro, dislexia, y afasia del desarrollo.” Sin embargo, los problemas del aprendizaje no incluyen”... problemas del aprendizaje que son principalmente el resultado de problemas de la visión, audición o problemas en la coordinación motora, del retraso mental, de disturbios emocionales, o desventajas ambientales, culturales, o económicas.” [34 <i>Código de Regulaciones Federales</i> 300.7(c)(10)]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dividir las tareas en etapas más pequeñas y proporcionar instrucciones verbales y por escrito;</li> <li>• Proporcione al alumno más tiempo para completar el trabajo escolar o pruebas;</li> <li>• Permita que el alumno con problemas en la lectura use libros grabados (disponibles de Recording for the Blind and Dyslexic, el cual se encuentra en la lista de <u>Organizaciones</u> al final de esta publicación);</li> <li>• Deje que el alumno con dificultades en escuchar pida prestadas las notas de otros alumnos o que use una grabadora;</li> <li>• Deje que el alumno con dificultades en escribir use una computadora con programas especializados que revisen la ortografía, gramática o que reconozcan el habla.</li> </ul> <p>Enseñe destrezas para la organización, destrezas de estudio, y estrategias para el aprendizaje. Estas ayudan a todos los alumnos, y en particular a aquellos con problemas del aprendizaje.</p> <p>Trabaje con los padres del alumno para crear un plan educacional especial para cumplir con las necesidades del alumno. Por medio de la comunicación regular con ellos, pueden intercambiar información sobre el progreso del alumno en la escuela.</p>	

<b>PROBLEMAS EMOCIONALES</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
<p>De acuerdo a las regulaciones del Acta para la Educación de Individuos con Discapacidades ("Individuals with Disabilities Education Act," o IDEA), los problemas emocionales se definen como "una condición que exhibe una o más de las siguientes características a través de un largo período de tiempo y hasta cierto grado, lo cual afecta desfavorablemente el rendimiento educacional del niño:</p> <p>(A) Una incapacidad de aprender, que no puede explicarse mediante factores intelectuales, sensoriales, o de la salud;</p> <p>(B) Una incapacidad de formar o mantener relaciones interpersonales con los compañeros y profesores;</p> <p>(C) Comportamiento o sentimientos inapropiados, bajo circunstancias normales;</p> <p>(D) Un estado general de descontento o depresión; o</p> <p>(E) Una tendencia a desarrollar síntomas físicos o temores asociados con los problemas personales o colegiales." [Código de</p>	<p>Los programas educacionales para los niños con problemas de comportamiento o emocionales deben incluir atención que aporte apoyo de comportamiento y al aspecto emocional, así como que les ayude a dominar el ámbito académico y el social, y aumente la auto conciencia, el auto control, y la auto estima. Existe un amplio cuerpo de investigación relacionado con los métodos de proveer a los estudiantes apoyo para el comportamiento positivo ("positive behavioral support," o PBS) en el ambiente escolar, para que así los problemas de comportamiento se minimicen y se fomenten los comportamientos positivos y apropiados. (Ver la lista de recursos al final de esta publicación para más información sobre PBS.) También es importante saber que dentro de ámbito escolar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Para un niño cuyo comportamiento impide el aprendizaje (incluyendo el aprendizaje de otros), el equipo que esté desarrollando el Programa Educativo Individualizado ("Individualized Education Program," o IEP) del niño necesita considerar, si apropiado, estrategias dirigidas a ese comportamiento, incluyendo intervenciones de comportamiento positivo, estrategias, y apoyos.</li> <li>• Los IEPs de los alumnos que son elegibles para recibir servicios de educación especial bajo la categoría de problemas emocionales pueden incluir</li> </ul>	<p>American Academy of Child and Adolescent Psychiatry Public Information Office 3615 Wisconsin Ave., NW Washington, DC 20016 (202) 966-7300 Publicaciones en español disponible en: <a href="http://www.aacap.org/publications/apntsFam/index.htm">www.aacap.org/publications/apntsFam/index.htm</a></p> <p>Center on Positive Behavioral Interventions and Supports 1235 College of Education, 1761 Alder Street Eugene, OR 97403 (541) 346-2505 Correo electrónico: <a href="mailto:pbis@oregon.uregon.edu">pbis@oregon.uregon.edu</a> Web: <a href="http://www.pbis.org">www.pbis.org</a></p> <p>National Alliance for the Mentally Ill Colonial Place Three 2107 Wilson Boulevard, Suite 300 Arlington, VA 22201-3042 (800) 950-6264; (703) 524-7600; (703) 516-7227 (TTY)</p>

<b>PROBLEMAS EMOCIONALES</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
<p><i>Regulaciones Federales</i>, Título 34, Sección 300.7(c)(4)(i)]</p> <p>La definición Federal [tal como aparece en el <i>Código de Regulaciones Federales</i> §300.7(c)(4)(ii)] incluye a los niños con esquizofrenia.</p> <p>Los niños que se han identificado como socialmente mal ajustados (con excepción de los niños con problemas emocionales serios) son excluidos de esta categoría.</p>	<p>servicios psicológicos o de asesoramiento.</p> <p>Estos importantes servicios relacionados están disponibles bajo ley y deben ser provistos por un trabajador social, psicólogo, consejero escolar, u otro personal calificado.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los programas de preparación profesional, tanto vocacionales como académicos, constituyen una parte principal de la educación secundaria de estos niños. Se recomienda que la preparación profesional sea considerada como parte del IEP de cada adolescente.</li> </ul> <p>Hoy en día se reconoce que tanto las familias como los niños necesitan apoyo, cuidado para dar respiro a los padres, servicios intensivos para el manejo del caso, y un plan de tratamiento que incluya la participación de varias agencias. Muchas comunidades están preparándose para proveer estos servicios, y cada día más agencias y organizaciones trabajan para establecer servicios de apoyo en la comunidad. Los grupos de apoyo para padres también son importantes, y ciertas organizaciones tales como National Mental Health Association (NMHA) y National Alliance for the Mentally Ill (NAMI) tienen grupos de padres en cada estado.</p>	<p>Información en español disponible en: <a href="http://www.nami.org/template.cfm?section=NAMI_en_espaol">www.nami.org/template.cfm?section=NAMI en español</a></p> <p>National Institute of Mental Health Information Resources &amp; Inquiries Branco 6001 Executive Boulevard, Room 8184, MSC 9663 Bethesda, MD 20892-9663 (301) 443-4513 Correo electrónico: <a href="mailto:nimhinfo@nih.gov">nimhinfo@nih.gov</a> Publicaciones en español disponible en: <a href="http://www.nimh.nih.gov/publicat/spanishpubs.cfm">http://www.nimh.nih.gov/publicat/spanishpubs.cfm</a></p> <p>National Mental Health Information Center P.O. Box 42557 Washington, DC 20015 (800) 789-2647; (866) 889-2647 Web: <a href="http://www.mentalhealth.org">www.mentalhealth.org</a> Publicaciones en español disponible en: <a href="http://store.mentalhealth.org/espanol/default.aspx">http://store.mentalhealth.org/espanol/default.aspx</a></p>

<b>RETRASO MENTAL</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
<p>El retraso mental es un término que se usa cuando una persona tiene ciertas limitaciones en su funcionamiento mental y en destrezas tales como aquéllas de la comunicación, cuidado personal, y destrezas sociales. Estas limitaciones causan que el niño aprenda y se desarrolle más lentamente que un niño típico. Los niños con retraso mental pueden tomar más tiempo para aprender a hablar, caminar, y aprender las destrezas para su cuidado personal tales como vestirse o comer. Están propensos a tener problemas en la escuela. Ellos sí aprenderán, pero necesitarán más tiempo. Es posible que no puedan aprender algunas cosas.</p> <p>"... un funcionamiento intelectual general significamente bajo del promedio, existente concurrentemente con déficit en la conducta adoptiva y manifestado durante el período de desarrollo, que afecte adversamente el rendimiento escolar del niño." 34 <i>Código de Regulaciones Federales</i> Sección 300.7(c)(6)</p>	<p>Aprenda lo que más pueda sobre el retraso mental. Los recursos y organizaciones listas al final de esta publicación le ayudarán a identificar técnicas y estrategias específicas para apoyar educacionalmente al alumno. Más abajo hemos incluido algunas otras estrategias.</p> <p>Reconozca que usted puede hacer una gran diferencia en la vida de este alumno! Averigüe cuáles son las potencialidades e intereses del alumno y concéntrese en ellas. Proporcione oportunidades para el éxito.</p> <p>Si usted no forma parte del equipo del PEI, solicite una copia del PEI. Las metas educacionales del alumno estarán contenidas en éste, al igual que los servicios y acomodaciones que él o ella debe recibir. Hable con especialistas en su escuela (por ejemplo, maestros de educación especial), como sea necesario. Ellos le pueden ayudar a identificar métodos efectivos de enseñar a este alumno, maneras de adaptar el currículo, y cómo tratar con las metas del IEP en la sala de clases.</p> <p>Sea tan concreto como sea posible. Demuestre lo que desea decir en lugar de sólo dar instrucciones verbales.</p>	<p>The Arc (una organización para personas con retraso mental y sus familias) 1010 Wayne Avenue, Suite 650 Silver Spring, MD 20910 Teléfono: (301) 565-3842 Correo electrónico: <a href="mailto:Info@thearc.org">Info@thearc.org</a> Web: <a href="http://www.thearc.org">www.thearc.org</a> Para publicaciones: <a href="http://www.TheArcPub.com">www.TheArcPub.com</a></p> <p>American Association on Mental Retardation (AAMR) 444 N. Capitol Street N.W., Suite 846 Washington, D.C. 20001 Teléfono: (202) 387-1968; 1-800-424-3688 (Línea gratuita, fuera de DC) Web: <a href="http://www.aamr.org">www.aamr.org</a></p>

<b>RETRASO MENTAL</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
	<p>En lugar de relatar información verbalmente, muestre una foto. Y en lugar de sólo presentar una foto, proporcione al alumno materiales y experiencias prácticos y la oportunidad de probar cosas.</p> <p>Divida tareas nuevas y más largas en pasos más pequeños. Demuestre los pasos. Haga que el alumno realice los pasos, uno por uno. Proporcione ayuda como sea necesario.</p> <p>Proporcione al alumno comentarios inmediatos. Enséñele al alumno destrezas de la vida tales como aquéllas para la vida diaria, sociales, conciencia, y exploración ocupacional, como sea apropiado. Haga que el alumno participe en actividades en grupos o en organizaciones.</p> <p>Trabaje junto con los padres del niño y otro personal escolar para crear e implementar un plan educacional especial para cumplir con las necesidades del alumno. Comparta información en una forma regular sobre cómo le va al alumno en la escuela y en casa.</p>	

<b>SÍNDROME DE DOWN</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
<p>El síndrome de Down es la más común y fácil de reconocer de todas las condiciones asociadas con el retraso mental. Esta condición (antes conocida como mongolismo) es el resultado de una anomalía de los cromosomas: por alguna razón inexplicable una desviación en el desarrollo de las células resulta en la producción de 47 cromosomas en lugar de las 46 que se consideran normales. El cromosoma adicional cambia totalmente el desarrollo ordenado del cuerpo y cerebro. En la mayor parte de los casos, el diagnóstico del síndrome de Down se hace de acuerdo a los resultados de una prueba de cromosomas que es suministrada poco después del nacimiento del niño.</p>	<p>Poco después de ser confirmado el diagnóstico del síndrome de Down, los padres deben ser dirigidos a un programa de desarrollo infantil e intervención temprana. Estos programas proveen a los padres instrucción especial con el fin de que ellos aprendan la mejor forma de enseñar a su niño el lenguaje, medios de aprendizaje, formas de ayudarse a sí mismos, formas de comportamiento social, y ejercicios especiales para el desarrollo motriz. Los estudios han demostrado que mientras mayor la estimulación durante las primeras etapas del desarrollo del niño, es mayor la probabilidad de que el niño llegue a desarrollarse dentro de las máximas posibilidades. Se ha comprobado que la educación continua, la actitud positiva del público, y un ambiente estimulante dentro del hogar toman parte en promover el desarrollo completo del niño.</p> <p>Tal como en la población normal, hay gran variedad en cuanto al nivel de las habilidades mentales, comportamiento, y el desarrollo de los individuos con síndrome de Down. Aunque el grado de retraso puede variar entre leve y severo, la mayor parte de los individuos con síndrome de Down caen bajo la categoría de leve a moderado. A causa de estas diferencias individuales, es imposible predecir los futuros logros de los niños con síndrome de Down.</p>	<p>Anderson, W., Chitwood, S., &amp; Hayden, D. (1999). <i>Guiándose por la intrincada senda de la educación especial</i>. Bethesda, MD: Woodbine House. (Teléfono: 1-800-843-7323. Web: <a href="http://www.woodbinehouse.com">www.woodbinehouse.com</a>)</p> <p>Kumin, L. (1997). <i>Cómo favorecer las habilidades comunicativas de los niños con síndrome de Down: Una guía para padres</i>. Bethesda, MD: Woodbine House. (Teléfono: 1-800-843-7323. Web: <a href="http://www.woodbinehouse.com">www.woodbinehouse.com</a>)</p> <p><i>Síndrome de Down</i>. (2002). Disponible en Internet en la Biblioteca de la Salud de: <a href="http://www.nacersano.org">www.nacersano.org</a></p> <p>Stray-Gunderson, K. (1998). <i>Bebés con síndrome de Down: Guía para padres</i> (2a ed.). Bethesda, MD: Woodbine House. (Teléfono: 1-800-843-7323. Web: <a href="http://www.woodbinehouse.com">www.woodbinehouse.com</a>)</p>

<b>SÍNDROME DE DOWN</b>		
<b>¿Qué es? Definición federal</b>	<b>Implicaciones educativas Consejos para maestros</b>	<b>Recursos</b>
	<p>Asimismo, debido a estas diferencias individuales, es importante que las familias y los miembros del equipo escolar no impongan limitaciones en cuanto a las capacidades de cada individuo. Posiblemente sea más efectivo poner énfasis en los conceptos concretos en lugar de en las ideas abstractas. Se ha comprobado que los programas de enseñanza con mayor éxito son los que están estructurados por etapas y con frecuentes alabanzas para el niño. La mayor aceptación de las personas con discapacidades, por parte del público, además de mayores oportunidades para que estas personas adultas puedan vivir y trabajar en forma independiente en la comunidad, ha resultado en más posibilidades para los individuos con síndrome de Down. Se ha demostrado que los Centros de Vivienda Independiente (Independent Living Centers), que proveen apartamentos y servicios de apoyo a la comunidad, forman recursos importantes para las personas con discapacidades.</p>	

SORDERA Y PERDIDA DE CAPACIDAD AUDITIVA		
¿Qué es? Definición federal	Implicaciones educativas Consejos para maestros	Recursos
<p>El Acta para la Educación de los Individuos con Discapacidades ("Individuals with Disabilities Education Act," o IDEA) incluye "impedimento del oído" y "sordera" como dos de las categorías bajo las cuales los niños con discapacidades pueden ser elegibles para los programas de educación especial y servicios relacionados. A pesar de que el término "impedimento auditivo" ("hearing impairment") a menudo es usado para describir una gran variedad de pérdidas de la capacidad auditiva, incluyendo la sordera, los reglamentos de IDEA definen la pérdida de la capacidad auditiva y la sordera por separado.</p> <p>"Impedimento auditivo" se define en IDEA como "un impedimento del oído, tanto permanente o fluctuante, que perjudique el rendimiento escolar del niño."</p> <p>"La sordera" se define como "un impedimento del oído que es tan severo que el niño resulta impedido en procesar información lingüística a través del oído, con o sin amplificación."</p>	<p>La pérdida de la capacidad auditiva o sordera no afecta la capacidad intelectual ni la habilidad para aprender. Sin embargo, los niños que tienen dificultad para oír o que son sordos generalmente requieren alguna forma de servicios de educación especial para recibir una educación adecuada. Tales servicios pueden incluir:</p> <p>entrenamiento regular de elocución, lenguaje, y auditivo por parte de un especialista; sistemas de amplificación; servicios de interprete para aquellos alumnos que utilicen el lenguaje de señas; un asiento favorable para facilitar la lectura hablada en la sala de clases; películas y videos con subtítulos; la asistencia de una persona que tome notas para el alumno con pérdida de la capacidad auditiva, para que así el alumno pueda concentrarse totalmente en la instrucción; instrucción para el maestro y compañeros sobre métodos opcionales de comunicación, tales como el lenguaje de señas; y orientación individual.</p> <p>Los niños con pérdida de la capacidad auditiva encontrarán mas dificultad para aprender vocabulario, gramática, orden alfabético, expresiones idiomáticas, y otros aspectos de la comunicación verbal que los niños con el oído normal. Para los niños que son sordos o tienen severas pérdidas de la capacidad auditiva, el uso consciente, temprano, y consistente de visibles métodos</p>	<p>American Speech-Language-Hearing Association (ASHA). (n.d.). <i>Informaciones del habla y audición para niños</i>. Rockville, MD: Autor. (Teléfono: 1-800-638-8255. Web: <a href="http://www.asha.org">www.asha.org</a>. Este paquete de información incluye folletos como <i>¿Qué es una evaluación audiológica?</i>; <i>¿Qué tal habla y oye su niño?</i>; y <i>Tratamiento para los trastornos de audición</i>. Producto #0802042.)</p> <p>Luterman, D.M. (1991). <i>When your child is deaf: A guide for parents</i>. Parkton, MD: York Press. (Teléfono: 1-800-962-2763. Web: <a href="http://www.yorkpress.com/index.html">www.yorkpress.com/index.html</a>)</p> <p>Medwid, D.J., &amp; Weston, D.C. (1995). <i>Kid-friendly parenting with deaf and hard of hearing children: A treasury of fun activities toward better behavior</i>. Washington, DC: Gallaudet University Press. (Teléfono: 1-800-621-2736; 1-888-630-9347 (V/TTY). Web: <a href="http://gupress.gallaudet.edu">http://gupress.gallaudet.edu</a>)</p>

## SORDERA Y PERDIDA DE CAPACIDAD AUDITIVA

¿Qué es? Definición federal	Implicaciones educativas Consejos para maestros	Recursos
<p>Por lo tanto, la sordera puede ser vista como una condición que evita que un individuo reciba sonido en todas o casi todas sus formas. En contraste, un niño con pérdida de la capacidad auditiva generalmente puede responder a los estímulos auditivos, incluyendo el lenguaje.</p>	<p>de comunicación (tales como los signos manuales, el alfabeto manual, y la Palabra Complementada) y la amplificación y entrenamiento oral o rehabilitación auditiva pueden ayudar a disminuir un atraso en el lenguaje. A la edad de cuatro o cinco años, la mayoría de los niños que son sordos están matriculados en la escuela el día completo y hacen trabajo especial para el desarrollo de la comunicación y lenguaje. Es importante que los maestros y audiólogos trabajen juntos para enseñarle al niño a utilizar su capacidad de oído residual al máximo alcance posible, aunque el medio de comunicación preferido sea manual. Como la gran mayoría de los niños sordos (mas del 90%) nacen de padres con el oído normal, los programas deben proporcionar instrucción para los padres sobre las implicaciones de la sordera en la familia.</p> <p>Las personas con pérdida de la capacidad auditiva usan medios orales o manuales para la comunicación o una combinación de ambos. La comunicación oral incluye lenguaje, lectura hablada, y el uso de la capacidad de oído residual. La comunicación manual tiene que ver con los signos manuales y el alfabeto manual. La Comunicación Total, como método de instrucción, es una combinación del método oral mas los signos manuales y el alfabeto manual.</p>	<p>Ogden, P.W. (1996). <i>The silent garden: Raising your deaf child</i> (Rev. ed.). Washington, DC: Gallaudet University Press.(Teléfono: 1-800-621-2736; 1-888-630-9347 (V/TTY). Web: <a href="http://gupress.gallaudet.edu">http://gupress.gallaudet.edu</a>)</p> <p>Schwartz, S. (Ed.). (1996). <i>Choices in deafness: A parents' guide to communication options</i>. Rockville, MD: Woodbine House. (Teléfono: 1-800-843-7323. Web: <a href="http://www.woodbinehouse.com">www.woodbinehouse.com</a>)</p> <p>El Servicio de Interpretación de Telecomunicaciones ("Telecommunications Relay Service," o TRS), requerido ahora por ley, hace posible que los usuarios se comuniquen con casi cualquiera (y vice versa) por medio del Teléfono. Este servicio ahora está disponible en español también. El Centro de Intercambio de Información del Instituto Nacional para la Sordera y Otros Desordenes de la Comunicación</p>

## SORDERA Y PERDIDA DE CAPACIDAD AUDITIVA

¿Qué es? Definición federal	Implicaciones educativas Consejos para maestros	Recursos
	<p>Los individuos con pérdida de la capacidad auditiva, incluyendo aquellos que son sordos, ahora tienen muchos aparatos útiles a su alcance. Los Teléfonos de texto (conocidos como TT, TTY, o TDD) permiten que las personas escriban de Teléfono a Teléfono a través de la red de Teléfonos.</p>	<p>(Teléfono: 1-800-241-1044, voz; 1-800-241-1055, TT) tiene disponibles listas de números de TRS por estado. También puede identificar el número de TRS en su estado en el sitio de Federal Communications Commission (FCC): <a href="http://www.fcc.gov/cgb/dro/trs_by_state.html">www.fcc.gov/cgb/dro/trs_by_state.html</a></p>

TRASTORNO DEL HABLA Y EL LENGUAJE		
¿Qué es? Definición federal	Implicaciones educativas Consejos para maestros	Recursos
<p>Un "trastorno del habla y lenguaje" se refiere a los problemas de la comunicación u otras áreas relacionadas, tales como las funciones motoras orales. Estos atrasos y trastornos varían desde simples substituciones de sonido hasta la inhabilidad de comprender o utilizar el lenguaje o mecanismo motor-oral para el habla y alimentación. Algunas causas de los trastornos del habla y lenguaje incluyen la pérdida auditiva, trastornos neurológicos, lesión cerebral, retraso mental, abuso de drogas, impedimentos tales como labio leporino, y abuso o mal uso vocal. Sin embargo, con mucha frecuencia se desconoce la causa.</p>	<p>Ya que todos los trastornos de la comunicación tienen el potencial de aislar a los individuos de sus alrededores sociales y educacionales, es esencial encontrar una intervención justa y apropiada. Aunque muchos padrones del habla y lenguaje se pueden caracterizar de lenguaje infantil y forman parte del desarrollo normal del niño, éstos pueden causar problemas si no se pasan a tiempo. De esta manera un atraso en el padrón de lenguaje inicial puede convertirse en un trastorno que causa dificultades en el aprendizaje. A causa de la manera en la cual el cerebro se desarrolla, es más fácil aprender las destrezas del lenguaje y comunicación antes de los 5 años de edad. Cuando los niños tienen trastornos musculares, problemas en la audición, o atrasos del desarrollo, su adquisición del habla, lenguaje, y destrezas relacionadas puede ser afectada.</p> <p>Los patólogos del habla y lenguaje asisten a los niños que tienen trastornos de la comunicación de varias maneras. Proporcionan terapia individual para el niño; consultan con el maestro del niño sobre las maneras más efectivas de facilitar la comunicación del niño dentro de la sala de clases; y trabajan de muy cerca con la familia para desarrollar metas y métodos para una terapia efectiva en la sala de clases y el hogar.</p>	<p>American Speech-Language-Hearing Association (ASHA). (n.d.). <i>Informaciones del habla y audición para niños</i>. Rockville, MD: Autor. (Teléfono: 1-800-638-8255. Disponible en: <a href="http://www.asha.org">www.asha.org</a>) Este paquete de información incluye:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Preguntas y respuestas sobre los problemas de la voz</li> <li>• La identificación temprana de los retrasos y desórdenes del habla y el lenguaje</li> <li>• Los problemas de articulación</li> <li>• ¿Qué tal habla y oye su niño?</li> <li>• Tratamiento para los trastornos del habla y lenguaje</li> </ul> <p>Cleft Palate Foundation ofrece mucha información en español. (Teléfono: 1-800-242-5338. Disponible en: <a href="http://www.cleftline.org/SPANISH/publications">www.cleftline.org/SPANISH/publications</a>) Sus publicaciones incluyen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• A los padres de los bebés recién nacidos con labio hendido (leporino) y paladar hendido</li> <li>• Cómo alimentar a un bebé con paladar hendido</li> </ul>

TRASTORNO DEL HABLA Y EL LENGUAJE		
¿Qué es? Definición federal	Implicaciones educativas Consejos para maestros	Recursos
	<p>También puede asistir a los maestros vocacionales y asesores en establecer metas de la comunicación relacionadas a las experiencias de trabajo de los alumnos y sugerir estrategias que sea efectivas para la importante transición de la escuela al empleo y la vida adulta.</p> <p>La tecnología puede ayudar a aquellos niños cuyas condiciones físicas hacen la comunicación difícil. El uso de sistemas de comunicación electrónicos permiten que la gente que no habla y las personas con severas discapacidades físicas aumentan su participación en la discusión del pensamiento.</p> <p>El vocabulario y desarrollo de conceptos continúa durante los años que los niños están en la escuela. Se les enseña a leer y escribir, y mientras maduran los alumnos, la comprensión y uso del lenguaje se hace más complejo. Las destrezas para la comunicación están al centro de la experiencia educacional. La terapia del habla o lenguaje puede continuar a través de los años escolares en la forma de terapia directa o a través de un especialista.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Labio hendido y paladar hendido: Los cuatro primeros años</i></li> </ul>

## **PRONTUARIO DEL CURSO**



ESTADO LIBRE ASOCIADO DE PUERTO RICO  
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN



**PROGRAMA DE MATEMÁTICAS**  
**Matemáticas con rostro humano**

- A. CURSO:** MATEMÁTICA 9
- B. CÓDIGO:** MATE 121 - 1410
- C. VALOR:** 1 CRÉDITOS
- D. PRERREQUISITOS:** MATEMÁTICA 8 (MATE 121 – 1409).
- E. DURACIÓN:** UN AÑO
- F. PROFESOR(A):**
- G. INTRODUCCIÓN:**

Los cambios sociales y tecnológicos que ocurren en una sociedad pluralista y moderna requiere el ofrecimiento de una preparación académica versátil y de excelencia. Esto implica que la comunidad escolar debe convertirse en un lugar en el cual se fomente el diálogo reflexivo, el trabajo colaborativo y el desarrollo intelectual y afectivo de los estudiantes hacia la disciplina. En este contexto, el énfasis en el proceso de enseñanza-aprendizaje se debe orientar hacia la solución de problemas y la toma de decisiones que redunde en beneficio de la sociedad.

El Programa de Matemáticas del Departamento de Educación está consciente de que la educación es un factor determinante para mejorar la calidad de vida de los estudiantes y encaminarlos hacia el futuro con una visión de cambio en los procesos educativos.

El Programa cuenta con dos documentos que recogen los contenidos y principios metodológicos en la enseñanza de matemáticas: los *Estándares y Expectativas de Grado (2007)* y *El Marco Curricular de Matemáticas (2003)*. Mientras el primero indica los contenidos que debe tener cualquier currículo de matemáticas de excelencia, el segundo define el enfoque pedagógico, los procesos, el alcance, la profundidad y los cambios en la forma de evaluar la labor académica de los estudiantes.

## H. DESCRIPCIÓN:

El curso de matemática de noveno grado está diseñado de tal forma que se integran los estándares, las grandes ideas, los conceptos, los indicadores de ejecución y las destrezas. En el mismo se dará énfasis a las áreas de los estándares de Geometría y Álgebra, integrando las áreas de Análisis de datos y probabilidad, Medición y Numeración y operación. Los conceptos relacionados con la educación cívica y ética se desarrollarán como temas transversales, por lo tanto, deben incluirse en el desarrollo de este curso.

El propósito de este curso del nivel intermedio es brindar al estudiante una visión amplia de la disciplina de la matemática y sus aplicaciones a situaciones de la vida real. El mismo se compone de siete unidades con un tiempo mínimo sugerido de ciento sesenta días lectivos durante el año.

El curso de noveno grado presenta una visión de las figuras geométricas a través de las transformaciones, en el plano cartesiano. Se incluyen las medidas relacionadas a las figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales. Se trabaja con las demostraciones geométricas por medio del razonamiento deductivo y el razonamiento inductivo. Además, se introduce el concepto y las operaciones con matrices y los sistemas de ecuaciones lineales e inecuaciones lineales. En el área de las estadísticas se trabaja con probabilidad y regresión. Es que el aprendizaje de la matemática cobra pertinencia cuando el estudiante utiliza de forma integrada los procesos matemáticos de razonamiento, representaciones, conexiones, solución de problemas y puede comunicar su pensamiento logrando así altos niveles de pensamiento. Estos cinco procesos se utilizan para facilitar el aprendizaje de conceptos y destrezas contenidas en los Estándares y Expectativas del Grado 2007.

La metodología y las estrategias de aprendizaje a usarse durante el estudio de las unidades están descritas en la página 36 del Marco Curricular del Programa de Matemáticas 2003.

El assessment sugerido para recopilar datos cualitativos y cuantitativos del proceso de aprendizaje de los estudiantes de este curso son la observación, la reflexión y justificación de las respuestas de los estudiantes. Las técnicas de assessment tales como la pregunta abierta, tareas de ejecución y pruebas escritas entre otras, promueven y facilitan los procesos antes mencionados. Se ofrecerá una prueba como diagnóstico de requisitos previos y una post con el propósito de medir impacto, en el aprovechamiento académico de los estudiantes. Sugerimos además, que para ampliar el proceso de evaluación se trabajen las recomendaciones ofrecidas en las páginas 53 a la 60 del documento "Marco Curricular" del año 2003 y las directrices ofrecidas en la Carta Circular que establece la política pública de evaluación y promoción vigente.

El contenido matemático a trabajar en el curso de Matemática de Noveno Grado está en el Mapa Curricular que se incluye en este documento. Además, éste incluye los prerrequisitos de cada uno de los indicadores, las referencias a utilizarse y las preguntas esenciales necesarias para el mejor desarrollo de la planificación diaria del maestro y la ejecución efectiva del proceso de enseñanza-aprendizaje. Para alcanzar el logro de esta nueva visión de la enseñanza se necesitan maestros que tengan los conocimientos actualizados en matemáticas y en las nuevas estrategias educativas.

## **I. JUSTIFICACIÓN:**

Es en el nivel intermedio que se comienza a formalizar el estudio de la Geometría y el Álgebra. La Geometría se convierte en este nivel en uno de los componentes más importantes del currículo de matemáticas. El estudiante que logra desarrollar un sentido amplio de las relaciones espaciales y el dominio de los conceptos geométricos estará mejor preparado para comprender las ideas numéricas y de medición. Esto le permitirá proseguir el estudio de temas matemáticos de mayor profundidad.

De igual forma es en el nivel intermedio que se inicia el estudio formal de los conceptos de las ideas algebraicas. Tanto en geometría como en el álgebra el estudiante reconoce, describe, generaliza patrones y relaciones, desarrolla el sentido espacial y las destrezas de percepción espacial. Es importante que el maestro use los recursos tecnológicos y los materiales sugeridos que estén disponibles para hacer que el proceso educativo sea fortalecido y diversificado.

En resumen, el contenido curricular del noveno grado gira alrededor de un currículo diferenciado tanto por la profundidad y amplitud del tratamiento que se le da a los temas como por la naturaleza de las aplicaciones. Este documento es una herramienta valiosa que le permite al maestro desarrollar sus clases de una manera más efectiva.

## **J. ESTÁNDARES Y EXPECTATIVAS:**

### ***Numeración y operación***

- 1.0 Representa e interpreta datos en matrices, desarrolla las propiedades de la suma de matrices y utiliza la suma de matrices y sus propiedades para resolver problemas.

## ***Álgebra***

- 2.0 Multiplica matrices, verifica las propiedades de la multiplicación de matrices y usa la representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales para resolver sistemas que consisten de dos o tres ecuaciones lineales en dos o tres incógnitas, respectivamente, con y sin tecnología.
- 3.0 Representa relaciones que pueden modelarse por un sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales y resuelve el sistema utilizando una variedad de métodos y representaciones.

## ***Geometría***

- 4.0 Aplica métodos matemáticos de prueba para desarrollar justificaciones para los teoremas básicos de la geometría euclidiana.
- 5.0 Identifica figuras congruentes y justifica estas congruencias estableciendo condiciones suficientes y hallando las transformaciones que preservan la congruencia entre las figuras. Resuelve problemas que involucran la congruencia en una variedad de contextos.
- 6.0 Identifica y aplica las transformaciones de figuras en el plano de coordenadas y discute los resultados de estas transformaciones.

## ***Medición***

- 7.0 Identifica figuras semejantes y justifica estas semejanzas estableciendo condiciones suficientes y hallando las transformaciones rígidas que preservan la semejanza o las dilataciones centradas en el origen entre figuras. Resuelve problemas de la vida real que involucran semejanza en varios contextos.
- 8.0 Justifica y aplica las fórmulas de medidas asociadas a figuras geométricas de dos y tres dimensiones para perímetro/circunferencia, área, volumen y aplica estas fórmulas y otras propiedades geométricas relacionadas con ángulos y medidas de arco para resolver problemas que involucran medidas de figuras bidimensionales y tridimensionales.

## ***Análisis de datos y Probabilidad***

- 9.0 Determina el espacio muestral de un experimento, y emplea la regla de conteo de multiplicación. (Propiedad Fundamental de Conteo).
- 10.0 Desarrolla, usa e interpreta simulaciones para estimar probabilidades para eventos cuyos valores teóricos son difíciles o imposibles de calcular.
- 11.0 Analiza datos numéricos en dos variables, representando estos datos con diagramas de dispersión apropiadas y traza la línea de mejor ajuste.

## **K. METODOLOGÍA:**

El enfoque pedagógico que recomienda el Programa de Matemáticas está centrado en la enseñanza de matemáticas hacia la solución de problemas. Específicamente, el énfasis del currículo será la solución de problemas como medio para el desarrollo integral del ser humano.

La enseñanza de matemáticas, en todos los niveles escolares, estará enmarcada en tres principios generales, a saber: la enseñanza activa (investigación, descubrimiento y razonamiento); la enseñanza cooperativa (comunicación, colaboración y valoración); y la enseñanza pertinente (aplicación y conexión). El logro de estas metas educativas depende de la armonización de estos tres principios.

Selecciona actividades pertinentes, activas y colaborativas, cuyo propósito es involucrar a los estudiantes en el proceso de inquirir, descubrir y construir su conocimiento matemático. Esto no significa que tome una actitud pasiva en este proceso. Por el contrario, se mantiene alerta a las preguntas de los estudiantes para promover el dominio de las competencias esperadas para cada curso. Por lo tanto, cada actividad debe concluir con un resumen y práctica de lo aprendido. Sin este cierre de la lección, la misma estaría incompleta.

Todo currículo reconoce que todos los estudiantes tienen la capacidad para aprender. Algunos estudiantes utilizan manipulativos o representaciones gráficas de situaciones, otros escuchando y razonando. Los maestros deben utilizar una variedad de estrategias para que todos los estudiantes adquieran las competencias esperadas de cada curso. Algunas de las estrategias que se recomiendan son: laboratorios con manipulativos, laboratorios utilizando la tecnología, tales como calculadoras gráficas y computadoras, proyectos de investigación, enseñanza en grupos pequeños y enseñanza cooperativa, conexiones en la misma disciplina y con otras disciplinas y la solución de problemas.

Los cursos de Matemática deben conceptualizarse desde la perspectiva de un maestro “apostado”, que evalúa las necesidades de sus estudiantes y adapta el curso a las realidades de su sala de clases y de su comunidad cumpliendo, a la vez, con el desarrollo de las competencias de excelencia a que aspira el Programa de Matemáticas. La flexibilidad curricular, le permite a los maestros hacer la diferencia, para facilitar la formación de ciudadanos versados en la disciplina de manera que posean una conciencia social conducente a solucionar los problemas actuales y del futuro.

## L. ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES

1. Técnica de pregunta y respuesta para que el estudiante construya su conocimiento
2. Presentación y análisis de situaciones reales para desarrollar los conceptos.
3. Trabajo individual en y fuera del salón de clases.
4. Trabajo en grupos y aprendizaje cooperativo para construcción del aprendizaje.
5. Sesiones de prácticas individuales y grupales.
6. Conferencias.
7. Análisis de artículos.

## M. EVALUACIÓN<sup>2</sup>

El proceso de evaluación es una experiencia de descubrimiento y concienciación sobre el conocimiento, las competencias y destrezas adquiridas y el potencial para seguir aprendiendo. Se dará particular énfasis a las siguientes técnicas e instrumentos:

1. *Pruebas escritas u orales*
2. *Pruebas cortas*
3. *Trabajos de ejecución*
4. *Informes y presentaciones orales*
5. *Investigaciones escritas o monografías*
6. *Laboratorios*
7. *Portafolio*
8. *Pregunta abierta*
9. *Otros*

### Curva

<b>Puntuación promedio</b>	<b>Nota final</b>	<b>Nivel</b>
100-90	A	Excelente
89-80	B	Bueno
79-70	C	Regular
69-60	D	Deficiente
59-0	F	Inaceptable

---

<sup>2</sup> Las normas y procedimientos para la evaluación del aprovechamiento académico y la promoción de los estudiantes seguirán los procedimientos establecidos en la carta circular que establece la política pública de evaluación y promoción vigente.

## N. TIEMPO RECOMENDADO

CONTENIDO	TIEMPO SUGERIDO
UNIDAD 1: Transformaciones, Congruencias y Semejanzas	20 Días
UNIDAD 2: Demostraciones básicas de geometría Euclidiana	20 Días
UNIDAD 3: Medidas asociadas a figuras planas	25 Días
UNIDAD 4: Medidas asociadas a figuras tridimensionales	20 Días
UNIDAD 5: Operaciones con matrices	20 Días
UNIDAD 6: Sistemas de ecuaciones e inecuaciones Lineales	30 Días
UNIDAD 7: Probabilidad y regresión	25 Días
Tiempo Total Aproximado del Curso	160 Días *

\* Los días restantes se dedicarán a pruebas, actividades de enriquecimiento, etc..

## O. TEXTOS

- Burrill, G & Cummins J. (1998). *Geometría: Integración, aplicaciones y conexiones*. Columbus Ohio: Glencoe
- Collins, E. & Cuevas G. (1998). *Álgebra: Integración, aplicaciones y conexiones*. Columbus Ohio: Glencoe
- Larson, R., Boswell, L. & Kannold, T. (1999). *Pasaporte al álgebra y a la geometría*. Evanston, Illinois: Houghton-Mifflin.
- Rodríguez, C., Suazo, M. (1989). *Geometría*. Illinois: Scott, Foresman and Co. Illinois
- Rubenstein, R., Craine, T. & Butts, T. (2002). *Matemática Integrada I*. Evanston, Illinois: Houghton-Mifflin.
- Rubenstein, R., Craine, T. & Butts, T. (2002). *Matemática Integrada II*. Evanston, Illinois: Houghton-Mifflin.
- Rubenstein, R., Craine, T. & Butts, T. (2002). *Matemática Integrada III*. Evanston, Illinois: Houghton-Mifflin.

## P. REFERENCIAS

- Baldor, A. (2007). *Álgebra*. México, DF: Grupo Editorial Patria.
- Baldor, A. (2000). *Aritmética*. México, DF: Grupo Editorial Patria.
- Barnett, R. & Nolasco, M. (1980). *Álgebra Elemental: estructuras y aplicaciones*. Bogotá, Colombia: McGraw Hill.

- Barnett, R. A., Ziegler, M. R., and Byleen, K. E. (2000). *Precálculo: Funciones y Gráficas*. (4ta. Ed.) 4ta ed. Mc. Graw Hill.
- Braunfeld, P., Meier, S. & Roitman, J. (2004). *Matemáticas de Contacto, Curso 1*. Columbus, Ohio: Glencoe-McGraw Hill.
- Braunfeld, P., Meier, S. & Roitman, J. (2004). *Matemáticas de Contacto, Curso 2*. Columbus, Ohio: Glencoe-McGraw Hill.
- Braunfeld, P., Meier, S. & Roitman, J. (2004). *Matemáticas de Contacto, Curso 3*. Columbus, Ohio: Glencoe-McGraw Hill.
- Chanan, S., Bergofsky, E., & Steketee, S. (2002). *Exploring Algebra with The Geometer's Sketchpad*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press
- Connaly, E., Hughes-Hallet, D. & Gleason, A. (2007). *Functions Modeling Change: A preparation for calculus*. New York, New York: John Wiley & Sons.
- Crisler, N. (2003). *Developing Mathematics through applications I*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Crisler, N. (2003). *Developing Mathematics through applications II*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Fendel, D, Resek, D., Alper, L., & Fraser, S. (2000). *Interactive Mathematics Program, Year 1*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Fendel, D, Resek, D., Alper, L., & Fraser, S. (2000). *Interactive Mathematics Program, Year 2*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Fendel, D, Resek, D., Alper, L., & Fraser, S. (2000). *Interactive Mathematics Program, Year 3*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Fendel, D, Resek, D., Alper, L., & Fraser, S. (2000). *Interactive Mathematics Program, Year 4*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Freund, J., & Manning, R. (1986). *Estadísticas, 4ta edición*. México, DF: Prentice Hall Hispanoamericana.

- Garfunkel, S., Crisler, N. & Froelich, G. (2002). *College Algebra: Modeling our world*. Lexington, MA: Consortium for Mathematics and its applications.
- Garfunkel, S., Godbold, L. & Pollak, H. (1998). *Mathematics: Modeling our world I*. Lexington, MA: Consortium for Mathematics and its applications.
- Garfunkel, S., Godbold, L. & Pollak, H. (1998). *Mathematics: Modeling our world II*. Lexington, MA: Consortium for Mathematics and its applications.
- Garfunkel, S., Godbold, L. & Pollak, H. (1998). *Mathematics: Modeling our world III*. Lexington, MA: Consortium for Mathematics and its applications.
- Garfunkel, S., Godbold, L. & Pollak, H. (1998). *Mathematics: Modeling our world IV*. Lexington, MA: Consortium for Mathematics and its applications.
- Garfunkel, S., Godbold, L. & Pollak, H. (1998). *Precalculus*. Lexington, MA: Consortium for Mathematics and its applications.
- Gelfand, I. M., Glagoleva, E. G. & Shnol, E. E. (1969). *Functions and Graphs*. Mineola, New York: Dover Publications.
- Jacobs, H. (1979). *Elementary Algebra*. New York, New York: W. H. Freeman and Company.
- Jacobs, H. (2003). *Geometry, Seeing, Doing, Understanding*. New York, New York: W. H. Freeman and Company.
- Kodaira, K. (ed). (1992). *Mathematics, Japanese Grade 9*, Chicago, Illinois: University of Chicago School Mathematics Project
- Kunihiko K. (1991). *Mathematics 1, Japanese Grade 10*, Providence, RI American Mathematical Society.
- Kunihiko K. (1991). *Mathematics 2, Japanese Grade 11*, Providence, RI American Mathematical Society
- Kunihiko K. (1991). *Algebra and Geometry, Japanese Grade 11*, Providence, RI American Mathematical Society.

- Kunkel, P., Chanan, S. & Steketee, S. (2007). *Exploring Algebra 2 with The Geometer's Sketchpad*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Lott, J., Burke, M., et al. (2006). *Matemáticas Integradas I*. Dubuque, Iowa: Kendall Hunt Publishing.
- Lott, J., Burke, M., et al. (2006). *Matemáticas Integradas II*. Dubuque, Iowa: Kendall Hunt Publishing.
- Lott, J., Burke, M., et al. (2003). *SIMMS: Integrated Mathematics, A Modeling Approach*, Level 1. Dubuque, Iowa: Kendall Hunt Publishing.
- Lott, J., Burke, M., et al. (2003). *SIMMS: Integrated Mathematics, A Modeling Approach*, Level 2. Dubuque, Iowa: Kendall Hunt Publishing.
- Lott, J., Burke, M., et al. (2003). *SIMMS: Integrated Mathematics, A Modeling Approach*, Level 3. Dubuque, Iowa: Kendall Hunt Publishing.
- Lott, J., Burke, M., et al. (2003). *SIMMS: Integrated Mathematics, A Modeling Approach*, Level 4. Dubuque, Iowa: Kendall Hunt Publishing.
- Mccallum, W., Connaly, E., Hughes-Hallet, D., et al. (2007). *Algebra*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Moise, E. & Downs, F. (1970). *Geometría Moderna*. Bogota, Colombia: Fondo Educativo Interamericano.
- Rodríguez, Pedro J., Quintero, Ana E., Vega, Gloria E. (2000). *Estadística Descriptiva*. Una introducción conceptual al análisis de datos. Hato Rey, Puerto Rico: Publicaciones Puertorriqueñas.
- Rubestein, R., Schultz, F., Senk, S., Hackword, M., et al. (2000). *Functions, Statistics and Trigonometry*. Glenview, Illinois: Scott, Foresman and Company.
- Sánchez, J. (1990). *Álgebra Elemental*. Madrid, España: Santillana.
- Watkins, A., Scheaffer, R. & Cobb, G. (2008). *Statistics in Action*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press

## **BOSQUEJO DEL CURSO**

## **BOSQUEJO DEL CONTENIDO DEL CURSO: MATEMÁTICAS NOVENO GRADO**

### **Unidad 1: Transformaciones, congruencias y semejanzas**

- A. Simetría
  - a. Reflexión
  - b. Rotación
  - c. Traslación
- B. Congruencia de triángulos
  - a. Teoremas y postulados de congruencia (LAL, ALA, LLL, AAL, HL)
  - b. Aplicación de geometría de coordenadas
  - c. Comparación entre igualdad, congruencia y semejanza
  - d. Partes correspondientes de figuras congruentes
  - e. Aplicación de congruencia en diferentes contextos
- C. Semejanza
  - a. Teoremas y postulados de semejanza (LAL, LL, AA)
  - b. Partes correspondientes de figuras semejantes
  - c. Construcción de figuras semejantes
  - d. Dilataciones centradas en el origen en el plano de coordenadas (plano cartesiano o sistema de coordenada rectangular).
  - e. Aplicación de semejanza en diferentes contextos

### **Unidad 2: Demostraciones básicas de geometría Euclidiana**

- A. Razonamiento inductivo
  - a. Conjeturas
  - b. Prueba directa o indirecta
    - i. dos columnas
    - ii. párrafos
    - iii. diagramas de flujo

- c. Contraejemplo
  - d. Negación
  - e. Disyunción
  - f. Conjunción
  - g. Enunciado condicional
  - h. Inverso de un enunciado condicional
- B. Razonamiento deductivo

### **Unidad 3: Medidas asociadas a figuras planas**

- A. Área de cuadriláteros y polígonos regulares
  - a. Fórmulas
  - b. Resolución de problemas
- B. Círculo
  - a. Arco
  - b. Longitud de arco
  - c. Cuerda
  - d. Secante
  - e. Tangente
  - f. Sector circular
  - g. Área de sectores circulares
- C. Ángulos y triángulos
  - a. Ángulos internos de un polígono
  - b. Ángulo exterior
  - c. Desigualdad de triángulos y ángulos
  - d. Triángulo isósceles/ equilátero
  - e. Triángulo rectángulo
  - f. Ángulos formados por:
    - I. Cuerdas
    - II. Tangentes
    - III. Secantes
  - g. Ángulo inscrito, ángulo semi-inscrito

- h. Ángulo central
- D. Arcos
  - a. Arco menor
  - b. Arco mayor
  - c. Semicírculo
  - d. Arco interceptado

#### **Unidad 4: Medidas asociadas a figuras tridimensionales**

- A. Volumena
  - a. prismas
  - b. cilindros
  - c. cono
  - d. esfera
  - e. pirámide
- B. Área
  - a. área de superficie
  - b. redes bidimensionales
- C. Perímetro

#### **Unidad 5: Operaciones con matrices**

- A. Matriz
- B. Dimensión de una matriz
  - a. Fila
  - b. Columna
- C. Suma y resta de matrices
- D. Multiplicación de matrices

#### **Unidad 6: Sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales**

- A. Ecuación lineal
- B. Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales
  - a. Sustitución

- b. Gráfico
- c. Eliminación
- C. Clasificación de sistemas de ecuaciones lineales
  - a. Dependiente
  - b. Independiente
  - c. Inconsistente
- D. Inecuación lineal
  - a. Gráfica
  - b. Conjunto solución

### **Unidad 7: Probabilidad y regresión**

- A. Propiedad fundamental de conteo
  - a. Evento
  - b. Permutaciones
  - c. Combinaciones
  - d. Factorial !
  - e. Diagrama de árbol
- B. Probabilidad
  - a. Espacio muestral o muestra
  - b. Experimento de probabilidades o probabilística
  - c. Sucesos compuestos dependientes e independientes
  - d. Probabilidad
    - I. clásica
    - II. empírica
    - III. condicional
  - e. Eventos dependientes e independientes
  - f. Regla de multiplicación
  - g. Simulación
  - h. Intento
- C. Análisis de datos
  - a. diagramas de dispersión
  - b. línea de mejor ajuste
  - c. coeficientes de regresión A y B
  - d. notación Sigma ( $\Sigma$ )
  - e. línea de regresión

# MATEMÁTICA 9

## COMPETENCIA MATEMÁTICA

Comprensión conceptual, fluidez en los cálculos y manipulaciones matemáticas, Competencia estratégica, Razonamiento adaptivo, Disposición productiva

### ESTÁNDARES, EXPECTATIVAS E INDICADORES POR UNIDAD

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	ÁLGEBRA	GEOMETRÍA	MEDICIÓN	ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDAD
Entender los procesos y conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos.	Realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, empleando números, letras (variables) y signos.	Identificar formas geométricas, analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.	Utilizar sistemas, herramientas y técnicas de medición para establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.	Utilizar diferentes métodos de recopilar, organizar, interpretar y presentar datos para hacer inferencias y conclusiones.

### UNIDADES

Transformaciones, congruencias y semejanzas (20 días)	Demostraciones de la Geometría Euclidiana (20 días)	Medidas asociadas a figuras planas (25 días)	Medidas asociadas a figuras tridimensionales (20 días)
G.TS.9.5.1    G.TS.9.6.2 G.FG.9.5.3    G.FG.9.7.1 G.TR.9.5.4    G.FG.9.7.2 G.FG.9.5.2    G.MG.9.7.3 G.TS.9.6.1    G.TS.9.7.5	G.FG.9.4.1    G.FG.9.4 G.FG.9.4.2    G.FG.9.7.4 G.FG.9.4.3	M.TM.9.8.1    M.TM.9.8.7 M.TM.9.8.6    M.TM.9.8.8	M.TM.9.8.2    M.TM.9.8.4 M.TM.9.8.8    M.TM.9.8.5
Operaciones con matrices (20 días)	Sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales (30 días)	Probabilidad y regresión (20 días)	
N.SN.9.1.1    N.OE.9.1.3 N.OE.9.1.2    A.PR.9.2.1	A.PR.9.2.2    A.RE.9.3.1 A.PR.9.2.3    A.RE.9.3.4 A.RE.9.3.3    A.RE.9.3.5 A.RE.9.3.2    A.RE.9.3.6	E.PR.9.9.2    E.AD.9.11.1 E.PR.9.9.1    E.AD.9.11.2 E.PR.9.9.3    E.PR.9.10.1 E.PR.9.9.4    E.PR.9.10.2 E.PR.9.9.5    E.PR.9.10.3	

## **OPÚSCULO DEL CURSO**

**MATE 121 – 1410  
MATEMÁTICA 9**

**1.0 CRÉDITO**

**PRERREQUISITO: MATE 121 – 1408**

**PROFESOR(A):**

**Horas disponibles:**

**DESCRIPCION**

El curso de noveno grado presenta una visión de las figuras geométricas a través de las transformaciones, en el plano cartesiano. Se incluyen las medidas relacionadas a las figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales. Se trabaja con las demostraciones geométricas por medio del razonamiento deductivo y el razonamiento inductivo. Además, se introduce el concepto y las operaciones con matrices y los sistemas de ecuaciones lineales e inecuaciones lineales. En el área de las estadísticas se trabaja con probabilidad y regresión. Es que el aprendizaje de la matemática cobra pertinencia cuando el estudiante utiliza de forma integrada los procesos matemáticos de razonamiento, representaciones, conexiones, solución de problemas y puede comunicar su pensamiento logrando así altos niveles de pensamiento. Estos cinco procesos se utilizan para facilitar el aprendizaje de conceptos y destrezas contenidas en los Estándares y Expectativas del Grado 2007.

**ESTANDARES Y EXPECTATIVAS**

**Numeración y operación**

- 1.0** Representa e interpreta datos en matrices, desarrolla las propiedades de la suma de matrices y utiliza la suma de matrices y sus propiedades para resolver problemas.

**Álgebra**

- 2.0** Multiplica matrices, verifica las propiedades de la multiplicación de matrices y usa la representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales para resolver sistemas que consisten de dos o tres ecuaciones lineales en dos o tres incógnitas, respectivamente, con y sin tecnología
- 3.0** Representa relaciones que pueden modelarse por un sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales y resuelve el sistema utilizando una variedad de métodos y representaciones.
- 4.0** Representa relaciones que pueden modelarse por un sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales y resuelve el sistema utilizando una variedad de métodos y representaciones.

**Geometría**

- 5.0** Aplica métodos matemáticos de prueba para desarrollar justificaciones para los teoremas básicos de la geometría euclidiana.
- 6.0** Identifica figuras congruentes y justifica estas congruencias estableciendo condiciones suficientes y hallando las transformaciones que reservan la congruencia entre las figuras. Resuelve problemas que involucran la congruencia en una variedad de contextos.
- 7.0** Identifica y aplica las transformaciones de figuras en el plano de coordenadas y discute los resultados de estas transformaciones.

**Medición**

- 8.0** Identifica figuras semejantes y justifica estas semejanzas estableciendo condiciones suficientes y hallando las transformaciones rígidas que preservan la semejanza o las

dilataciones centradas en el origen entre figuras. Resuelve problemas de la vida real que involucran semejanza en varios contextos.

- 9.0** Justifica y aplica las fórmulas de medidas asociadas a figuras geométricas de dos y tres dimensiones para perímetro/circunferencia, área, volumen y aplica estas fórmulas y otras propiedades geométricas relacionadas con ángulos y medidas de arco para resolver problemas que involucran medidas de figuras bidimensionales y tridimensionales.

**Análisis de datos y Probabilidad**

- 10.0** Determina el espacio muestral de un experimento, y emplea la regla de conteo de multiplicación. (Propiedad Fundamental de Conteo).
- 11.0** Desarrolla, usa e interpreta simulaciones para estimar probabilidades para eventos cuyos valores teóricos son difíciles o imposibles de calcular.
- 12.0** Analiza datos numéricos en dos variables, representando estos datos con diagramas de dispersión apropiadas y traza la línea de mejor ajuste.

**TEMAS FUNDAMENTALES**

**Transformaciones, congruencias y semejanzas.**

- Simetría
- Congruencia de triángulos
- Semejanza

**Demostraciones básicas de geometría Euclidiana**

- Razonamiento inductivo
- Razonamiento deductivo

**Medidas asociadas a figuras planas**

- Área de cuadriláteros y polígonos regulares
- Círculo
- Ángulos y triángulos

- Arcos

#### Medidas asociadas a figuras tridimensionales

- Volumen
- Área
- Perímetro

#### Operaciones con matrices

- Matriz
- Dimensión de una matriz
- Suma y resta de matrices
- Multiplicación de matrices

#### Sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales

- Ecuación lineal
- Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales
- Clasificación de sistemas de ecuaciones lineales
- Inecuación lineal

#### Probabilidad y regresión

- Propiedad fundamental de conteo
- Probabilidad
- Análisis de datos

#### ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES

- Técnica de pregunta y respuestas para que el estudiante construya su conocimiento.
- Presentación y análisis de situaciones reales para desarrollar los conceptos.
- Trabajo individual en y fuera del salón de clases.
- Trabajo en grupos y aprendizaje cooperativo para construcción del aprendizaje.
- Sesiones de prácticas individuales y grupales.
- Conferencias.
- Análisis de artículos.

#### EVALUACION Y ASSESSMENT

En este curso se utilizarán los siguientes instrumentos, entre otros:

- Pruebas escritas u orales

- Pruebas cortas
- Trabajos de ejecución
- Informes y presentaciones orales
- Investigaciones escritas o monografías
- Laboratorios
- Portafolio
- Otros

#### Curva

Puntuación promedio	Nota final	Nivel
100-90	A	Excelente
89-80	B	Bueno
79-70	C	Regular
69-60	D	Deficiente
59-0	F	Inaceptable

#### Política de reposición de exámenes y trabajos especiales

El estudiante tiene derecho a que se le conceda la oportunidad de reponer exámenes o proyectos especiales cuando medie enfermedad, actividades extracurriculares, y otra causa justificada, siempre y cuando le comunique al maestro del salón hogar la razón de su ausencia, según las disposiciones del Artículo IV, Inciso C y solicite la reposición del examen o proyecto especial al maestro que corresponda, antes de su regreso a la escuela o dentro de los próximos cinco (5) días laborables a partir de su regreso a la escuela. El maestro asignará la fecha de reposición dentro de los próximos cinco (5) días laborables a partir de la solicitud del estudiante. Si el maestro no cumple con este deber o está ausente, el estudiante podrá comunicarse con el Director Escolar para la reposición de los exámenes o proyectos especiales. Si el alumno, no obstante, al ofrecérsele la oportunidad, no tomara la prueba, recibirá calificación de "0" en la misma. (RGE, Artículo III, inciso L)



ESTADO LIBRE ASOCIADO DE PUERTO RICO  
DEPARTAMENTO DE EDUCACION  
DISTRITO ESCOLAR XX-XXX-XX  
ESCUELA XXXX-XXXX-XXXXX-XXXXXX

Departamento de Matemáticas



#### MATEMÁTICA NOVENO GRADO

Prof. XXXXX-XXXXXXX-XXXXXX

Salón XXX

Hora de capacitación

Teléfono de la escuela: 787-XXX-XXXX

Horas y días de visita XX.00 – XX.00

El Departamento de Educación no discrimina por razón de raza, color, género, nacimiento, origen nacional, condición social, ideas políticas o religiosas, edad o impedimento en sus actividades, servicios educativos y oportunidades de empleo

## **MAPA CURRICULAR DEL CURSO**



ESTADO LIBRE ASOCIADO DE PUERTO RICO  
 DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN  
 PROGRAMA DE MATEMÁTICAS

*Mapa Curricular / Matemáticas Noveno Grado*

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
<b>UNIDAD I</b>					
<b>Transformaciones, Congruencias y Semejanza</b>					
Tiempo Aproximado: 20 días					
G.TS.9.5.1 Analiza figuras en términos de sus simetrías por medio de los conceptos reflexión, rotación y traslación; y una combinación de éstas.	Transformaciones -reflexión -rotación -traslación	¿Cómo las reflexiones, rotaciones y traslaciones pueden ser utilizadas para resolver problemas en el mundo real?  ¿Cómo la congruencia y las propiedades de triángulos semejantes pueden ayudarte en la	* Descubrir las características básicas de las traslaciones y reflexiones de figuras geométricas en el plano cartesiano.  * Descubrir las características básicas de las rotaciones de figuras geométricas en el plano cartesiano.	* Definir e identificar semejanzas para figuras bidimensionales, incluyendo las partes correspondientes, la razón de semejanza y las medidas de las partes correspondientes.  * Localizar e indicar las coordenadas resultantes luego de una transformación (traslación, reflexión), respecto a una línea vertical u horizontal, rotaciones de	Matemáticas Intermedias 3 Páginas: 577-578 Páginas: 662-663 G: R/S Páginas: 498-499 G.Mc-Hill Páginas: 196,722-730,247 y 739-745 Pasaporte Páginas: 521-525 526-529 530-533

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
		solución de situaciones reales?		múltiples de 90 grados respecto al origen	
G.FG.9.5.3 Identifica, contrasta, diferencia y aplica las condiciones suficientes para la congruencia de triángulos (LLL, LAL, ALA, AAL, HL).	Congruencia de triángulos  Razonamiento inductivo  Razonamiento deductivo		* Aplicar los postulados y teoremas de congruencia de triángulos (LAL, ALA, LLL). * Utilizar razonamiento inductivo y deductivo para establecer los postulados de congruencia	Examinar argumentos deductivos e inductivos concernientes a conceptos y relaciones geométricas como la congruencia, semejanza y la relación pitagórica.	G: R/S Páginas: 165-167, 172-174, 177-178, 183-184 G.Mc-Hill Páginas: 196-212, 214-222, 231
G.TR.9.5.4 Utiliza la geometría de coordenadas y las transformaciones rígidas (reflexiones, traslaciones y rotaciones) para establecer la congruencia de figuras.	Transformaciones Congruencia		* Aplicar las transformaciones geométricas de traslación, rotación y reflexión en demostraciones de congruencia de triángulos.	Describir el efecto de transformaciones rígidas (traslación, reflexión respecto a líneas verticales u horizontales, rotación respecto al origen y composiciones simples) en figuras en el plano de coordenadas.	G.Mc-Hill Páginas: 716-717, 719,720
G.FG.9.5.2 Compara y contrasta la igualdad, la congruencia y la semejanza.	Semejanza Congruencia		* Comparar y contrastar la igualdad, la congruencia y la semejanza.	* Determinar la relación proporcional entre las medidas de los lados correspondientes de figuras semejantes.	G.Mc-Hill Páginas: 356-361, 196-212, 214-222,231

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
				* Definir e identificar semejanzas para figuras bidimensionales, incluyendo las partes correspondientes, la razón de semejanza y las medidas de las partes correspondientes.	
G.TS.9.6.1 Representa traslaciones, reflexiones respecto a una línea, rotaciones y dilataciones (centradas en el origen) de objetos en el plano de coordenadas por medio de trazos, coordenadas, notación de funciones y matrices, y explica los efectos de estas transformaciones.	Dilataciones		* Representar transformaciones por medio de trazos, coordenadas, notación de funciones y explica los efectos de estos.	Utilizar transformaciones rígidas para identificar las partes correspondientes de figuras congruentes	Alg:G Páginas: 452-481 G.Mc-Hill Páginas: 197, 716-720 Integrada 2 Páginas: 159-163
G.TS.9.6.2 Reconoce e identifica las partes correspondientes de figuras	Transformaciones		* Reconocer e identifica las partes correspondientes de figuras congruentes y semejantes luego de una transformación.	Utilizar transformaciones rígidas para identificar las partes correspondientes de	Int.1 Páginas: 37-40 Vea: 5.1,5.2

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
congruentes y semejantes luego de una transformación.				figuras congruentes.	
G.FG.9.7.1 Identifica las condiciones de semejanza LAL, LLL, AA como condiciones suficientes para establecer la semejanza de triángulos, las aplica y observa que la congruencia es un caso especial de semejanza.	SEMEJANZA - Congruencia de triángulos		<ul style="list-style-type: none"> <li>* Aplicar los postulados y teoremas de semejanza de triángulos (LAL, AA, LLL).</li> <li>* Descubrir las relaciones de congruencia de triángulos como caso especial de semejanza.</li> <li>* Aplicar los teoremas fundamentales de la semejanza en la solución de problemas y en demostraciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Definir e identificar semejanzas para figuras bidimensionales, incluyendo las partes correspondientes, la razón de semejanza y las medidas de las partes correspondientes.</li> <li>* Examinar argumentos deductivos e inductivos concernientes a conceptos y relaciones geométricas como la congruencia, semejanza y la relación pitagórica.</li> </ul>	G: R/S PÁGINAS: 172,173 G.Mc-Hill Páginas: 351, 354-361,398 Páginas: 206,216 207,216
G.FG.9.7.2 Utiliza la semejanza para calcular las medidas de las partes correspondientes de figuras	Semejanza		<ul style="list-style-type: none"> <li>* Aplicar semejanza para calcular medidas de partes correspondientes de figuras semejantes.</li> <li>* Aplicar semejanzas en diferentes contextos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Definir e identificar semejanzas para figuras bidimensionales, incluyendo las partes correspondientes, la razón de semejanza y las medidas de las</li> </ul>	G: R/S Páginas: 266-269, 273-276 G.Mc-Hill Páginas: 347- 353, 362-369

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
semejantes, y aplica la semejanza en una variedad de contextos en matemáticas y otras disciplinas.				partes correspondientes. * Examinar argumentos deductivos e inductivos concernientes a conceptos y relaciones geométricas como la congruencia, semejanza y la relación pitagórica.	
G.MG.9.7.3 Construye una representación de una figura semejante a otra figura dada su razón de semejanza.	Semejanza		Construir figuras semejantes, dada su razón de semejanza	Identificar y construir elementos básicos de figuras geométricas (alturas, bisectriz de ángulos, bisectriz perpendicular, radios u otros) usando compás, transportador u otras herramientas tecnológicas.	G: R/S Páginas: 510-512 268-269 G.Mc-Hill Páginas: 346-353, 629-634
<b>G.TS.9.7.5.</b> Utiliza dilataciones centradas en el origen para describir e investigar semejanza.	Semejanza <ul style="list-style-type: none"> <li>Razón de semejanza</li> </ul> Dilataciones		Dibujar en el plano cartesiano, dilataciones centradas en el origen, para describir semejanzas e investigar semejanzas.	Definir e identificar semejanzas para figuras bidimensionales, incluyendo las partes correspondientes, la razón de semejanza y las medidas de las partes correspondientes	Int.I Páginas: 337-342 Int.II 159-164 G.Glencoe Páginas: 746-748

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
<b>Unidad 2</b> <b>Demostraciones básicas de geometría Euclidea</b>					
<b>Tiempo Aproximado: 20 días</b>					
G.FG.9.4.1 Establece conjeturas basadas en la exploración de situaciones geométricas, con y sin tecnología.	Enunciado matemático	* ¿Cómo se diferencia el razonamiento inductivo del razonamiento deductivo? Describe situaciones en las cuales hayas usado razonamiento inductivo o razonamiento deductivo.  * ¿Qué importancia tiene el poder demostrar un enunciado matemático?	* Explorar el desarrollo del razonamiento inductivo, la formulación de conjeturas mediante la identificación de patrones geométricos.	* Describir las estructuras y relaciones dentro de un sistema axiomático (términos sin definir, términos definidos, axiomas, postulados, razonamiento y teoremas).  * Desarrollar y sostener argumentos convincentes relacionados con relaciones entre ángulos usando modelos y dibujos con y sin ayuda de la tecnología.	G: R/S Páginas: 48-49, 60-68 G.Mc-Hill Páginas: 70-75 Ca Páginas: 2
G.FG.9.4.2 Prueba, directa o indirectamente, que un enunciado matemático válido es cierto. Desarrolla un contraejemplo para refutar un	Enunciado matemático - Negación - Conjunción Disyunción		* Elaborar la negación, la conjunción y la disyunción de un enunciado. * Redactar enunciados de la forma condicional. * Establecer las conclusiones plausibles sugeridas por el razonamiento inductivo o deductivo	Reconocer defectos o discrepancias en el razonamiento que sostiene un argumento.	G.Mc-Hill Páginas: 86-91 76-77

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
enunciado inválido.					
G.FG.9.4.3 Formula e investiga la validez del inverso de un condicional.	Inverso de un condicional		Formular el inverso de una condicional. Investigar la validez del inverso de una condicional.	* Justificar enunciados sobre ángulos formados por líneas perpendiculares y transversales de líneas paralelas. * Identificar, establecer y aplicar las propiedades básicas de ángulos complementarios y ángulos formados por transversales que intersecan líneas paralelas.	G: R/S PÁGINAS: 100-101
G.FG.9.4. Organiza y presenta pruebas directas y pruebas indirectas utilizando dos columnas, párrafos y diagramas de flujo.	Enunciado matemático		* Identificar la hipótesis y la conclusión en un enunciado * Definir y enumerar los pasos de una demostración directa o indirecta  * Realizar una demostración utilizando dos columnas párrafos y diagramas de flujo	* Desarrollar y probar conjeturas sobre ángulos, líneas, bisectrices, polígonos (especialmente triángulos y cuadriláteros) círculos, y figuras tridimensionales.  * Identificar, establecer y aplicar las propiedades de la suma de ángulos para los triángulos y otros polígonos.	G: R/S Páginas: 66-67, 92-93 G.Mc-Hill Páginas: 190-201, 248,217-218
G.FG.9.7.4 Utiliza triángulos	Razón de cambio		Aplicar semejanzas en la demostración de que la razón de	Definir e identificar semejanzas para	G: R/S Páginas:

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
<p>semejantes para demostrar que la razón de cambio asociada a cualquier par de puntos en una línea es la misma.</p>			<p>cambio de cualquier par de puntos en una línea es la misma.</p>	<p>figuras bidimensionales, incluyendo las partes correspondientes, la razón de semejanza y las medidas de las partes correspondientes.</p>	<p>530-533 G.Mc-Hill Páginas: 138-144 Alg.G Páginas: 324-331</p>

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
<b>Unidad 3</b>					
<b>Medidas asociadas a figuras planas</b>					
<b>Tiempo Aproximado: 25 días</b>					
M.TM.9.8.1 Justifica las fórmulas de área para cuadriláteros y polígonos regulares.	Área Cuadriláteros Polígonos regulares	¿Cómo aplicas las propiedades de las figuras planas en el mundo del trabajo?  ¿Qué aplicabilidad tiene el área y el perímetro de regiones poligonales en situaciones del diario vivir?	* Determinar el área de cuadriláteros y polígonos regulares.  * Validar las fórmulas para área por medio de argumentos formales, convincentes y sus aplicaciones.  * Resolver problemas relacionados con la medida de área de cuadriláteros y polígonos regulares.	Investigar, establecer conjeturas y aplicar las fórmulas para determinar perímetro, área de figuras bidimensionales básicas (rectángulos, paralelogramos, trapecios, trapezoides, triángulos) y el área de superficie y el volumen de figuras tridimensionales (prismas, pirámides y cilindros). Investiga y describe la relación entre las medidas de las figuras tridimensionales y las medidas de las figuras bidimensionales relacionadas.	G: R/S Páginas: 422-423 400-401 404,406 G.Mc-Hill Páginas: 143-150 Alg. G Páginas: 130, 275,397, 499-512 Ca Páginas: 10 Int II PÁGINAS: 565 Int III CaPáginas: 9 PasaportePáginas: 446-450
M.TM.9.8.6 Determina la longitud de arco de círculos y áreas de sectores de círculos usando proporciones.	Círculo Arco Longitud de arco Sector circular Cuerda Tangente Secante		* Definir e identificar arcos, cuerdas, tangentes y secantes.  * Identificar el área de un sector circular y su relación con el área de la región circular de un círculo dado.  * Determinar el área de una región circular.	* Formular enunciados generales que describen las propiedades de los círculos, polígonos, prismas, pirámides, conos, esferas y cilindros.	G: Mc-Hill Páginas: 553,602 G:R/S Páginas: 374-376 427-428 432-433

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
			<ul style="list-style-type: none"> <li>* Determinar el área de sectores de círculo usando proporciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Describir una proporción como dos razones equivalentes, escribir y resolver una proporción al solucionar problemas que se relacionen con factores de conversión de escalas y medidas, por cientos y probabilidades.</li> </ul>	
<p>M.TM.9.8.7 Desarrolla y aplica el teorema de la suma de ángulos internos de un polígono, y los teoremas de desigualdad de los triángulos y ángulos.</p>	<p>Teorema relacionados a ángulos y triángulos Ángulos internos Ángulos externos Desigualdad triangular</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>* Aplicar el teorema de la suma de ángulos.</li> <li>* Aplicar el teorema del ángulo exterior.</li> <li>* Determinar la suma de los ángulos. internos y externos de un polígono.</li> <li>* Desarrollar y aplicar las relaciones entre lados y ángulos en un triángulo.</li> <li>* Definir el término desigualdad triangular.</li> <li>* Usar la desigualdad triangular para estimar la longitud del tercer lado de un triángulo.</li> <li>* Determinar si tres números dados</li> </ul>	<p>Identificar, establecer y aplicar las propiedades de la suma de ángulos para los triángulos y otros polígonos.</p>	<p>G: Mc-Hill PÁGINAS: 516 PÁGINAS: 257, 267-271, 283</p> <p>G: R/S PÁGINAS: 153, 208-209 Alg:G PÁGINAS: 164 PasaportePáginas: PÁGINAS: 446-450</p>

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
			<p>pueden ser las longitudes de los lados de un triángulo.</p> <p>* Usar la desigualdad de triángulos para estimar distancias.</p> <p>* Comparar las longitudes de los lados y las medidas de los ángulos de un triángulo.</p> <p>* Hallar las medidas de los ángulos de un triángulo isósceles.</p> <p>* Reconocer y aplicar las relaciones entre los lados y ángulos de un triángulo.</p>		
<p>M.TM.9.8.8 Justifica y aplica enunciados sobre ángulos formados por cuerdas, tangentes y secantes en círculos y las medidas de los arcos que interceptan.</p>	<p>Arco menor Arco mayor Arco interceptado Ángulos inscritos Ángulos semi-inscritos Angulo central</p>		<p>* Definir e identificar arcos, arco menor, arco mayor y semicírculo.</p> <p>* Definir e identificar cada uno de los siguientes: arco interceptado, ángulo inscrito, ángulo semi-inscrito, ángulo exterior y ángulo interior.</p> <p>* Determinar por medio de un arco la medida de un ángulo: central, inscrito, exterior y interior.</p> <p>* Enumerar, analizar y aplicar los teoremas sobre círculos: rectas tangentes a un círculo, arcos congruentes, cuerdas de círculos, círculos congruentes, secantes y</p>	<p>* Formular y aplicar los enunciados generales relacionados con cambios de escala en las dimensiones de una figura a cambios en el perímetro, área, circunferencia, área de superficie y el volumen de la figura resultante.</p> <p>* Construir e interpretar dibujos y modelos a escala.</p>	<p>G: R/S PÁGINAS: 355, 363-364 385-387, 359-361 G.Mc-Hill PÁGINAS: 446,450, 459-465, Páginas:474,491-492, 483-490,493-496</p>

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
			tangentes.	* Reconocer que el perímetro, área y volumen son afectados por cambios en la escala.	

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
<b>Unidad 4</b> <b>Medidas asociadas a figuras tridimensionales</b>					
<b>Tiempo Aproximado: 20 días</b>					
<p>M.TM.9.8.2 Aplica el principio volumen = área de la base x altura para relacionar las fórmulas de área y volumen para las prismas y los cilindros.</p>	<p>Volumen Prisma Pirámide Cono Cilindros Esfera</p>	<p>¿Qué aumentará más el volumen de un cilindro, doblar su altura o doblar su radio?</p> <p>¿Qué relación existe entre el volumen de un prisma rectangular y un prisma triangular?</p> <p>¿Cómo puedes encontrar el área de la superficie de prismas y pirámides? Explica.</p> <p>Describe como los métodos para encontrar el</p>	<p>* Identificar la relación que existe entre las fórmulas de área y volumen en los prismas y los cilindros.</p> <p>* Desarrollar fórmulas para volumen de prismas, pirámides, conos, cilindros y esferas.</p> <p>* Desarrollar formulas para volumen de cilindro.</p>	<p>* Investigar, establecer conjeturas y aplicar las fórmulas para determinar perímetro, área de figuras bidimensionales básicas (rectángulos, paralelogramos, trapecios, trapezoides, triángulos) y el área de superficie y el volumen de figuras tridimensionales (prismas, pirámides y cilindros).</p> <p>* Investigar y describir la relación entre las medidas de las figuras tridimensionales y las medidas de las figuras bidimensionales relacionadas.</p>	<p>G: R/S Páginas: 458, 452-455, 464-465 467-468 G.Mc-Hill Páginas: 584,591 602-605, 607-627, 630-640 CaPáginas: 11 Alg:G Páginas: 538,540, 574, 124 Int.3 CaPáginas: 9</p>

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
		volumen de una pirámide y el volumen de un cono son semejantes y como se diferencian.			
<b>M.TM.9.8.3</b> Relaciona el área de superficie de prismas y cilindros a la suma de las áreas de sus bases y superficies laterales usando redes para ilustrar y sumar las medidas relevantes.	Área -prismas -cilindros -superficies laterales		* Elaborar redes bidimensionales de sólidos tridimensionales (prismas y cilindros).  * Determinar áreas de superficies laterales.	* Estimar y determinar área de figuras irregulares planas; y el área de superficie de figuras tridimensionales descomponiendo estas figuras en figuras más sencillas.	
<b>M.TM.9.8.4</b> Identifica y halla las medidas de ángulos formadas por segmentos en figuras de tres dimensiones, extendiendo a las relaciones del triángulo recto y el triángulo isósceles/equilátero para estudiar las caras de objetos	Triángulos -rectángulo -equilátero		* Determinar la medida de los ángulos formados por segmentos en figuras tridimensionales.  * Relacionar las medidas de los ángulos de figuras tridimensionales a las relaciones de triángulos rectos y equiláteros.	<b>G.FG.7.9.1</b> Formula enunciados generales que describen las propiedades de los círculos, polígonos, prismas, pirámides, conos, esferas y cilindros.	Int.III Páginas: 194

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
<p>tridimensionales.</p> <p>M.TM.9.8.5  Aplica fórmulas y resuelve problemas que involucran área, perímetro, volumen y área de superficie de pirámides, conos, esferas y figuras compuestas.</p>	<p>Área ,perímetro y volumen</p>		<p>* Determinar en las figuras dadas (pirámides, conos, esferas y figuras compuestas)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- el volumen</li> <li>- área</li> <li>- perímetro</li> </ul> <p>* Resolver problemas relacionados con área, volumen, área de superficie y perímetro.</p>	<p>* Investigar, establecer conjeturas y aplicar las fórmulas para determinar perímetro, área de figuras bidimensionales básicas (rectángulos, paralelogramos, trapecios, trapezoides, triángulos) y el área de superficie y el volumen de figuras tridimensionales (prismas, pirámides y cilindros).</p> <p>* Investigar y describir la relación entre las medidas de las figuras tridimensionales y las medidas de las figuras bidimensionales relacionadas.</p>	<p>G.Mc-Hill  Páginas: 584-589, 577, 621-627, 599-605, 614-619, 593-597</p>

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
<b>Unidad 5</b>					
<b>Operaciones con matrices</b>					
<b>Tiempo Aproximado: 20 días</b>					
N.SN.9.1.1 Representa datos categorizados en dos variables en una matriz y rotula las filas y columnas. Interpreta el significado de una entrada particular de una matriz en términos de los contextos. -Utiliza las matrices para analizar datos. o -Reconoce las matrices como sistemas que tienen algunas propiedades de los números reales.	Matriz	¿Cuáles son las ventajas de presentar los datos en una matriz?  ¿De qué manera el uso de matrices te ayuda a organizar los datos relacionados con tu diario vivir?  ¿Cómo las operaciones con matrices contribuyen a la toma de decisiones en situaciones del diario vivir?	* Definir el concepto de matriz y dimensiones de una matriz.  * Reconocer matrices en arreglos de datos en filas y columnas.  * Representar datos en una matriz  * Usar matrices y graficas para presentar e intérprete datos	Determinar el espacio muestral para un experimento y utiliza listas, tablas y diagramas de árbol para representar los resultados posibles.	Pasaporteporte al Álgebra y Geometría Páginas: 682 Alg:G Páginas:88-89 Matemáticas Intermedias 3 Páginas: 547 Integrada 1 CaPáginas: 3 secc. 3.1 Páginas:127-134 Integrada 2 Páginas: 151-153
N.OE.9.1.2 Desarrolla las propiedades de suma de matrices;	Propiedades de suma de matrices		-Sumar y restar matrices -Resuelven problemas utilizando matrices	* Reconocer, relacionar y aplicar las propiedades de los números reales y las	

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
suma y resta matrices para resolver problemas.				de los racionales (asociativa, conmutativa, identidad, inverso), para resolver problemas.	
N.OE.9.1.3 Juzga la razonabilidad de los cálculos con matrices.	Operaciones y estimados		Evaluar la razonabilidad de los cálculos con matrices.	<p>* Utilizar técnicas de estimación para decidir si la respuesta es razonable.</p> <p>* Estimar y juzgar la razonabilidad de los resultados que involucran operaciones con enteros.</p>	<p>Matemática Integrada 3, Páginas: 633 – 634</p> <p>Álgebra (G) Página 103</p>
<b>A.PR.9.2.1</b> Verifica las propiedades de la multiplicación de una matriz por un escalar y utiliza estas propiedades para resolver problemas.	Propiedades de la multiplicación de una matriz		<p>* Multiplicar y verificar propiedades de matrices</p> <p>* Resolver problemas utilizando las propiedades de la multiplicación de una matriz por un escalar.</p>	<p>* Analizar y explicar el razonamiento utilizando para resolver ecuaciones e inecuaciones lineales.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver ecuaciones lineales con coeficientes numéricos racionales utilizando métodos gráficos simbólicos con y sin tecnología</li> </ul>	<p>Alg:G Páginas: 108 Integrada 2 Ca Páginas: 3 P 165-173</p>

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
<b>Unidad 6</b> <b>Sistemas de Ecuaciones e Inecuaciones Lineales</b>					
<b>Tiempo Aproximado: 30 días</b>					
A.PR.9.2.2 Construye un sistema de ecuaciones lineales modelando situaciones del mundo real, y representa el sistema como una ecuación matricial ( $Ax = b$ ).	Ecuaciones lineales	<p>Explica, cómo puedes utilizar un sistema de ecuaciones para resolver problemas de la vida real.</p> <p>¿Cómo puedes representar y resolver situaciones o problemas reales utilizando un sistema de inecuaciones lineales?</p> <p>¿Cómo se puede utilizar la grafica de un sistema de inecuaciones lineales en la toma de decisiones en la vida cotidiana?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Definir sistemas de ecuaciones</li> <li>* Establecer un sistema de ecuaciones</li> </ul>	Representar patrones lineales por medio de tablas, gráficas, sucesiones, expresiones verbales, expresiones simbólicas, ecuaciones y funciones de la forma $f(x) = ax + b$ .	Alg:G Páginas: 452-481 Int. 2 129-134 142-150 151-158 165-173 Int. Matemáticas Intermedias 3 Ca Páginas

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
<p>A.PR.9.2.3 Resuelve un sistema que consiste de dos o tres ecuaciones lineales en dos o tres incógnitas, respectivamente, solucionando la ecuación matricial <math>Ax = b</math>, y hallar <math>x = A^{-1}b</math> utilizando tecnología.</p>	<p>Sistema de ecuaciones lineales -matrices</p>		<p>* Resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables mediante los métodos siguientes</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. sustitución</li> <li>b. gráfico</li> <li>c. eliminación</li> </ul>	<p>Describir el significado de las expresiones simbólicas de la forma <math>ax + b</math> en palabras, e interpreta los cambios en los parámetros <math>a</math> y <math>b</math>.</p>	<p>G.Mc-Hill Páginas: 646-658 Int.3 Páginas: 24,25, 29-33, 361 Alg:G Páginas: 462-468, 452-461, 475-481, 469-474 Alg:JS Páginas: 245-265</p>
<p>A.RE.9.3.3 Resuelve un sistema que consiste de dos ecuaciones lineales en dos incógnitas, por medio de gráficas, tablas, métodos simbólicos y tecnología; y describe la naturaleza de las soluciones (no tiene solución; una solución; infinitas soluciones).</p>	<p>Sistema de ecuaciones lineales - gráfico - tablas - método simbólico - tecnología</p>		<p>* Resolver sistemas de dos ecuaciones lineales en dos variables mediante los siguientes métodos: sustitución, gráfico, eliminación y usando calculadora gráfica.</p> <p>* Clasificar los sistemas de ecuaciones como dependientes (infinitas soluciones), independiente (una solución) e inconsistente (no tiene solución).</p>	<p>Resolver ecuaciones e inecuaciones lineales usando símbolos, gráficas, tablas y tecnología.</p>	<p>Alg:G PÁGINAS: 452-481</p>

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
A.RE.9.3.2 Analiza y explica el razonamiento que se utilizó para resolver un sistema de ecuaciones lineales.	Sistema de ecuaciones		<ul style="list-style-type: none"> <li>Analizar cada método de resolución.</li> <li></li> </ul>	Escribir, interpretar y traducir entre formas equivalentes de ecuaciones y funciones lineales, incluyendo: punto-pendiente, pendiente-intercepto, y la forma general, reconociendo que las formas equivalentes de las relaciones lineales revelan información de una situación dada.	Alg:JS PÁGINAS: 245-265
A.RE.9.3.1 Construye un sistema de ecuaciones a partir de situaciones del mundo real utilizando distintos métodos y representaciones.	Sistema de ecuaciones		<p>* Construir sistemas de dos ecuaciones lineales a partir de situaciones dadas: resolver el problema por cualquier método seleccionado e interpretar la solución del sistema en términos del contexto del problema.</p> <p>* Resolver la ecuación <math>r=ax+b</math> usando el hecho de que el valor de <math>x</math> determinado por esta ecuación es la coordenada en <math>x</math> de la solución de sistemas de ecuaciones <math>y=ax+b</math>, <math>y=r</math>. Relacionar este método con métodos gráficos.</p>	Identificar y traducir entre representaciones equivalentes de expresiones lineales, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones, por medio de representaciones verbales, tablas, gráficas y símbolos.	Geometría (McH) Páginas 702 – 705 Álgebra (G) Páginas: 452-481
A.RE.9.3.4 Resuelve la ecuación $r = ax +$	Sistemas de ecuaciones		* Establecer un sistema de inecuaciones lineales.	Resolver ecuaciones e inecuaciones lineales usando	G.Mc-Hill Páginas: 646-658

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
<p>b usando el hecho de que el valor de <math>x</math> determinado por esta ecuación es la coordenada en <math>x</math> de la solución del sistema de ecuaciones. Relaciona este método con los métodos gráficos.</p>			<p>* Resolver un sistema de inequaciones lineales.</p> <p>* Trazar la gráfica de un sistema de inequaciones lineales en un plano cartesiano.</p> <p>* Determinar el conjunto de solución de un sistema de inequaciones lineales mediante el método gráfico.</p> <p>* Trazar la gráfica del conjunto de solución.</p>	<p>símbolos, gráficas, tablas y tecnología.</p>	<p>Alg:G Páginas: 271-277 Alg:JS Páginas: 197</p>
<p>A.RE.9.3.5 Resuelve un sistema de inequaciones lineales en dos variables y traza la gráfica de su solución.</p>	<p>Sistemas de inequaciones lineales -gráficas</p>		<p>* Resolver sistemas de inequaciones lineales.</p> <p>* Trazar la gráfica de su solución.</p>	<p>Resolver ecuaciones e inequaciones lineales usando símbolos, gráficas, tablas y tecnología.</p>	<p>Int.3 Páginas: 53-56,675 Alg:G Páginas: 436-441 Alg:JS Páginas: 217,237</p>
<p>A.RE.9.3.6 Reconoce y resuelve problemas que se pueden representar por un sistema de ecuaciones e inequaciones lineales. Interpreta la</p>	<p>Sistemas de ecuaciones e inequaciones lineales</p>		<p>* Identificar situaciones y/o problemas reales que pueden ser representadas como sistemas de inequaciones lineales.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver un sistema de inequaciones lineales de una situación real e interpretar la solución del sistema en términos del contexto del problema.</li> </ul>	<p>Traducir frases lingüísticas a frases algebraicas para resolver problemas.</p>	<p>Vea: 3.1 al 3.5</p>

<b>Estándar, Dominio Expectativa, Indicador</b>	<b>GRANDES IDEAS Conceptos</b>	<b>Preguntas esenciales</b>	<b>Destreza</b>	<b>Prerrequisito</b>	<b>Referencias</b>
solución en términos del contexto del problema.					

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
<b>Unidad 7</b>					
<b>Probabilidad y Regresión</b>					
<b>Tiempo Aproximado: 25 días</b>					
<b>E.PR.9.9.2</b> Emplea estrategias sistemáticas de conteo, como la Propiedad Fundamental de Conteo, para determinar el número de resultados posibles.	Probabilidad -Propiedad fundamental de conteo	¿Qué factores afectan la probabilidad de un evento?  ¿Qué aplicabilidad tiene la probabilidad en situaciones de la vida diaria?	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Definir los siguientes términos y conceptos:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- evento</li> <li>- técnicas de conteo</li> <li>- permutaciones</li> <li>- combinaciones</li> <li>- factorial</li> <li>- técnicas de conteo</li> <li>- diagrama de árbol</li> </ul> </li> <li>* Ilustrar la primera y segunda regla de multiplicación para conteo</li> <li>* Explicar y discutir las reglas para determinar el número de permutaciones en una secuencia de eventos.</li> <li>* Explicar la regla para determinar el número de combinaciones en una secuencia de eventos.</li> <li>* Explique y utilice el diagrama de árbol para hallar el número de posibilidades en un evento.</li> </ul>	Describir y aplicar la Regla de la Suma de probabilidades para eventos que son mutuamente exclusivos y eventos que no.	Int III Páginas: 628,629-632 Alg.G Páginas: 228-230
E.PR.9.9.1 Utiliza listas, tablas y diagramas de	Probabilidad -espacio muestral		<ul style="list-style-type: none"> <li>* Definir los siguientes términos:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- espacio muestral o espacio muestra</li> <li>- experimento de</li> </ul> </li> </ul>	* Describir la distribución de cada atributo separadamente	Int III Páginas: 395-397,405 Alg:G

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
<p>árbol para representar los resultados posibles en un espacio muestral para un experimento.</p>			<p>probabilidades o probabilística.</p> <p>* Utilizar el diagrama de árbol, tablas y listas para representar los posibles resultados del espacio muestral en un experimento de probabilidades.</p>	<p>utilizando las gráficas apropiadas, (incluyendo diagramas de tallo y hoja, histogramas, diagramas de caja y resumen estadístico, incluyendo rango intercuartil.</p> <p>* Identificar, describir y construir gráficas para representar datos de dos variables (tablas para dos variables, diagramas de caja paralela, diagramas de tallo y hoja dobles para una variable categórica y una variable numérica; y diagramas de dispersión, con la línea de tendencia apropiada.</p> <p>* Determinar el espacio muestral para un experimento y utilizar listas, tablas y diagramas de árbol para representar los resultados posibles.</p>	<p>Páginas: 413-419</p>

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
E.PR.9.9.3 Distingue entre sucesos compuestos dependientes e independientes y explica la idea de probabilidad condicional.	Probabilidad - sucesos		<p>* Definir y explicar los siguientes términos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- eventos compuestos</li> <li>- eventos dependientes</li> <li>- eventos independientes</li> <li>- probabilidad de un evento</li> <li>- probabilidad clásica</li> <li>- probabilidad empírica</li> <li>- probabilidad condicional</li> </ul> <p>* Establecer las reglas de multiplicación para eventos dependientes e independientes.</p> <p>* Representar y explicar las reglas básicas de probabilidad.</p>	Identificar los eventos para un espacio muestral dado, representar relaciones entre los eventos usando diagramas de Venn y determinar las probabilidades para eventos y sus complementos.	Matemática Integrada 3; Páginas 396 – 397 Geometría (McH) Páginas 384 y 385
E.PR.9.9.4 Diseña y utiliza árboles, tablas, modelos de área y otras representaciones para calcular la probabilidad de sucesos compuestos cuando los sucesos son independientes y cuando no lo son.	Probabilidad -sucesos dependientes e independientes		Determinar la probabilidad de eventos dependientes e independientes utilizando diagramas de árbol, tablas y otras representaciones.	<p>* Determinar el espacio muestral para un experimento y utiliza listas, tablas y diagramas de árbol para representar los resultados posibles.</p> <p>* Describir la distribución de cada atributo separadamente utilizando las gráficas apropiadas,</p>	Álgebra (G) Páginas: 418 y 419

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
				<p>(incluyendo diagramas de tallo y hoja, histogramas, diagramas de caja) y resumen estadístico, incluyendo rango intercuartil.</p> <p>* Identificar, describir y construir gráficas para representar datos de dos variables (tablas para dos variables, diagramas de caja paralela, diagramas de tallo y hoja dobles) para una variable categórica y una variable numérica; y diagramas de dispersión, con la línea de tendencia apropiada.</p>	
<p><b>E.PR.9.9.5</b> Describe y aplica la regla de multiplicación para probabilidad para calcular probabilidades para sucesos compuestos dependientes y</p>	<p>Probabilidad -sucesos dependientes e independientes</p>		<p>Aplicar la regla de multiplicación para calcular la probabilidad de eventos dependientes e independientes.</p>	<p>Identificar los eventos para un espacio muestral dado, representa relaciones entre los eventos usando diagramas de Venn y determina las probabilidades para eventos y sus complementos.</p>	<p>Int.III Páginas: 396-397,411 Alg G Páginas: 413-419</p>

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
para independientes.					
E.AD.9.11.1 Juzga si el diagrama de dispersión aparenta demostrar tendencias lineales, y si es así, traza la línea de mejor ajuste y escribe la ecuación de esta línea; usa la ecuación para establecer predicciones; e interpreta la pendiente de la línea en el contexto del problema.	Análisis de datos  Diagramas de dispersión		<p>Definir los siguientes conceptos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-diagrama de dispersión</li> <li>-línea de mejor ajuste</li> <li>-ecuación de la línea de regresión</li> <li>-pendiente e intercepto.</li> </ul> <p>* Utilizar datos en tablas de pares ordenados para construir diagramas de dispersión.</p> <p>* Determinar si un diagrama de dispersión demuestra tendencias lineales.</p> <p>* Trazar la línea de mejor ajuste y establecer la ecuación de la línea.</p> <p>* Explicar qué son coeficientes de regresión A y B.</p> <p>* Explicar qué son mínimos cuadrados.</p> <p>* Explicar el significado de la notación Sigma(<math>\Sigma</math>).</p> <p>* Establecer la fórmula para los coeficientes de regresión.</p> <p>* Interpretar el significado de la</p>	<p>* Comparar las medidas de tendencia central y dispersión obtenidos de los datos de la muestra de una población (estadística) con las medidas de centro y dispersión obtenidos de los datos de un censo de la población (parámetros).</p> <p>* Observar que los medios de la muestra tienden a acercarse a la media de la población a medida que el tamaño de la muestra aumenta.</p> <p>* Reconocer que las medidas de tendencia central y dispersión obtenidas de muestras aleatorias pueden diferir de muestra a muestra aún si se obtienen de la misma población y tienen el mismo número de</p>	<p>Int II 612,632 Pas. 236 Est.129 Est.131,351 Int II 632-633 Pas. 236, 649 Est. 131-134 Pas. 236-239,246,255 Int III 360 Est.178</p>

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
			pendiente en una línea de mejor ajuste. * Establecer predicciones utilizando la línea de regresión.	observaciones.	
E.AD.9.11.2 Calcula la línea de mejor ajuste, a mano para modelar una relación representada en un diagrama de dispersión, e interpreta la pendiente e intercepto en términos del contexto del problema.	Diagrama de dispersión		* Calcular la línea de mejor ajuste. * Utilice la interpretación de la pendiente de la línea de dispersión y su intercepto para hacer predicciones.	Escribir, interpretar y traducir entre formas equivalentes de ecuaciones y funciones lineales, incluyendo: punto-pendiente, pendiente-intercepto, y la forma general, reconociendo que las formas equivalentes de las relaciones lineales revelan información de una situación dada.	Int III 351-358
E.PR.9.10.1 Describe una simulación identificando los componentes y supuestos en un problema, seleccionando un instrumento para generar los resultados, define intento, y especifica el número de	Probabilidad -simulación		* Definir los siguientes términos: -simulación -intento * Describir simulaciones para identificar sus componentes y supuestos. * Determinar el número de intentos en una simulación. * Realizar una simulación.	Identificar los eventos para un espacio muestral dado, representar relaciones entre los eventos usando diagramas de Venn y determinar las probabilidades para eventos y sus complementos.	Int III Páginas: 374, 411 Int II Páginas: 9-11 Alg: G Páginas: 228-232

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
intentos; y conduce la simulación.					
<b>E.PR.9.10.2</b> Resume datos de una simulación usando los resúmenes numéricos y las gráficas apropiadas, desarrolla un estimado para la probabilidad de un evento asociado a una situación probabilística del mundo real, y discute el efecto de un número de intentos en la probabilidad estimada de un evento.	Probabilidad -simulación		* Utilizar los resultados de una simulación, presentarlos mediante representaciones graficas adecuadas y resúmenes numéricos.  * Estimar la probabilidad de un evento asociado a una situación probabilística del mundo real.  * Analizar y discutir el efecto del número de intentos en la probabilidad estimada de un evento	Identificar los eventos para un espacio muestral dado, representar relaciones entre los eventos usar diagramas de Venn y determina las probabilidades para eventos y sus complementos	Int. III Páginas: 397, 411 Alg. G Páginas: 228-232 Int.II Páginas: 310-332 Int.III P 397 Int III Páginas: 668
<b>E.PR.9.10.3</b> Reconoce que los resultados de una simulación difieren de una simulación a otra; observa que los resultados de una simulación tienden a converger a medida que	Probabilidad -simulación		* Establecer que los resultados de una simulación difiere una de otra.  * Observar los resultados de una simulación para determinar si estos convergen a medida que aumenta el número de intentos.	* Identificar los eventos para un espacio muestral dado, representar relaciones entre los eventos usando diagramas de Venn y determinar las probabilidades para eventos y sus	Int. III Páginas: 397, 411 Alg. G Páginas: 228-232 Int.II Páginas: 310-332 Int.III

Estándar, Dominio Expectativa, Indicador	GRANDES IDEAS Conceptos	Preguntas esenciales	Destreza	Prerrequisito	Referencias
aumenta el número de intentos.				complementos	P 397 Int III Páginas: 668

**EJEMPLOS POR ESTÁNDAR, EXPECTATIVAS E  
INDICADOR**

## EJEMPLOS POR INDICADOR DE NOVENO GRADO

### ESTÁNDAR DE CONTENIDO 1: NUMERACIÓN Y OPERACIÓN

El estudiante es capaz de entender los procesos y conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos.

El estudiante:

#### 1.0 Representa e interpreta datos en matrices, desarrolla las propiedades de la suma de matrices y utiliza la suma de matrices y sus propiedades para resolver problemas.

**N.SN.9.1.1** Representa datos categorizados en dos variables en una matriz y rotula las filas y columnas. Interpreta el significado de una entrada particular de una matriz en términos de los contextos.

- o Utiliza las matrices para analizar datos.
- o Reconoce las matrices como sistemas que tienen algunas propiedades de los números reales.

**Ejemplo:** Para prepararse para un baile, una escuela necesita rentar 100 sillas, 4 mesas grandes y 10 poncheras. Los precios de renta se obtuvieron de dos tiendas con la siguiente matriz representando a las dos tiendas:

		$R_1$	$R_2$
Sillas		\$2	\$2.50
Mesas		\$20	\$15
Poncheras		\$6	\$4

¿Cuál tienda de renta,  $R_1$  o  $R_2$ , tiene el precio más bajo por la renta de estos artículos?

**N.OE.9.1.2** Desarrolla las propiedades de suma de matrices; suma y resta matrices para resolver problemas.

**Ejemplo:** 
$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 9 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$$

**N.OE.9.1.3** Juzga la razonabilidad de los cálculos con matrices.

**Ejemplo:** Marta va al supermercado a comprar frutas. La cantidad de frutas y el precio por unidad de las frutas se provee a continuación.

Cantidad de frutas que compró Marta:

Guineos	Manzanas	Chinas
10	4	8

Precio por unidad:

.15	Guineos
.45	Manzanas
.25	Chinas

¿Cuánto gastó Marta en frutas?

## ESTÁNDAR DE CONTENIDO 2: ÁLGEBRA

El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, empleando números, letras (variables) y signos.

El estudiante:

**2.0** Multiplica matrices, verifica las propiedades de la multiplicación de matrices y usa la representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales para resolver sistemas que consisten de dos o tres ecuaciones lineales en dos o tres incógnitas, respectivamente, con y sin tecnología.

**A.PR.9.2.1** Verifica las propiedades de la multiplicación de una matriz por un escalar y utiliza estas propiedades para resolver problemas.

**Ejemplo:** Usar la multiplicación de matrices para resolver el

siguiente problema.

$$\text{Resolver } 4 \begin{bmatrix} 2 & 2.5 \\ 20 & 15 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

**A.PR.9.2.2** Construye un sistema de ecuaciones lineales modelando situaciones del mundo real, y representa el sistema como una ecuación matricial ( $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ).

**Ejemplo:** Un parquímetro contiene monedas de 5 y 10 centavos que suma \$ 6.05. Si en total contiene 89 monedas, ¿cuántas hay de cada tipo?

**A.PR.9.2.3** Resuelve un sistema que consiste de dos o tres ecuaciones lineales en dos o tres incógnitas, respectivamente, solucionando la ecuación matricial  $Ax = b$ , y hallar  $x = A^{-1}b$  utilizando tecnología.

**Ejemplo:** Usa las funciones de la matriz de la calculadora gráfica para resolver el sistema línea

$$-0.4x + 0.8y = 1.6$$

$$2.2x - 1.6y = 5.2$$

**3.0 Representa relaciones que pueden modelarse por un sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales y resuelve el sistema utilizando una variedad de métodos y representaciones.**

**A.RE.9.3.1** Construye un sistema de ecuaciones a partir de situaciones del mundo real utilizando distintos métodos y representaciones.

**Ejemplo:** Dos niños pesan juntos 80kg y uno pesa 20kg más que el otro, ¿Cual es el peso de cada uno?

Sea  $x$  = peso del niño más pesado

$y$  = peso del niño más liviano

$$\text{entonces: } x + y = 80$$

$$x - y = 20$$

**A.RE.9.3.2** Analiza y explica el razonamiento que se utilizó para resolver un sistema de ecuaciones lineales.

**Ejemplo:** Sea  $x$  = número de vuelos. Sea  $y$  = costo total.  
 $y = 75x$  Este es el costo de la renta del equipo.  
 $y = 25x + 200$  Este es el costo de la compra del equipo. ¿Cuántos vuelos debe realizar para que ambas opciones tengan el mismo costo?

**A.RE.9.3.3** Resuelve un sistema que consiste de dos ecuaciones lineales en dos incógnitas, por medio de gráficas, tablas, métodos simbólicos y tecnología; y describe la naturaleza de las soluciones (no tiene solución; una solución; infinitas soluciones).

**Ejemplo:** Grafica los sistemas de ecuaciones para resolver.

$$y = -2x + 8$$

$$y = -6x$$

**A.RE.9.3.4** Resuelve la ecuación  $r = ax + b$  usando el hecho de que el valor de  $x$  determinado por esta ecuación es la coordenada en  $x$  de la solución del sistema de ecuaciones. Relaciona este método con los métodos gráficos.

**Ejemplo:** Grafica el siguiente sistema de ecuaciones.

$$y = x + 4$$

$$y = x$$

**A.RE.9.3.5** Resuelve un sistema de inecuaciones lineales en dos variables y traza la gráfica de su solución

**Ejemplo:** Construye la gráfica del siguiente sistema de inecuaciones

$$y \leq -2x + 1$$

$$0.5x - y < 2$$

**A.RE.9.3.6** Reconoce y resuelve problemas que se pueden representar por un sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales. Interpreta la solución en términos del contexto del problema.

**Ejemplo:** Juan, el hojalatero, cobra \$93 por piezas y \$42 la hora de trabajo por reparación. Hojalatería Pedro, cobra un honorario de \$225 por el mismo trabajo. Escribe un sistema de ecuaciones representativo de la situación. ¿Cuál estimación es más económica si se trabajó 2 horas?

### **ESTÁNDAR DE CONTENIDO 3: GEOMETRÍA**

**El estudiante: es capaz de identificar formas geométricas, analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.**

El estudiante:

**4.0 Aplica métodos matemáticos de prueba para desarrollar justificaciones para los teoremas básicos de la geometría euclidiana.**

**G.FG.9.4.1** Establece conjeturas basadas en la exploración de situaciones geométricas con y sin tecnología.

**Ejemplo:** Calcula las medidas de las longitudes de los lados en varios triángulos de diferente tamaño con ángulos de  $90^\circ$ ,  $50^\circ$  y  $40^\circ$ . ¿Qué observas acerca de las medidas? ¿Cómo podrías probar que tu observación es verdadera (o demostrar que es falsa)?

**G.FG.9.4.2** Prueba, directa o indirectamente, que un enunciado matemático válido es cierto. Desarrolla un contraejemplo para refutar un enunciado inválido.

**Ejemplo:** Demuestre por un ejemplo que esta declaración es falsa: dos triángulos con la misma área y el mismo perímetro son congruentes.

**G.FG.9.4.3** Formula e investiga la validez del inverso de un condicional.

**Ejemplo:** “Si hoy es domingo, entonces nosotros tenemos clases mañana.” Escribe lo contrario de la declaración.

**G.FG.9.4.4** Organiza y presenta pruebas directas y pruebas indirectas utilizando dos columnas, párrafos y diagramas de flujo.

**Ejemplo:** En un triángulo  $LMN$ ,  $LM = LN$ . Prueba que el  $\angle LMN \cong \angle LNM$

**5.0** **Identifica figuras congruentes y justifica estas congruencias estableciendo condiciones suficientes y hallando las transformaciones que preserva la congruencia entre las figuras. Resuelve problemas que involucran la congruencia en una variedad de contextos.**

**G.TS.9.5.1** Analiza figuras en términos de sus simetrías por medio de los conceptos reflexión, rotación y traslación; y una combinación de éstas.

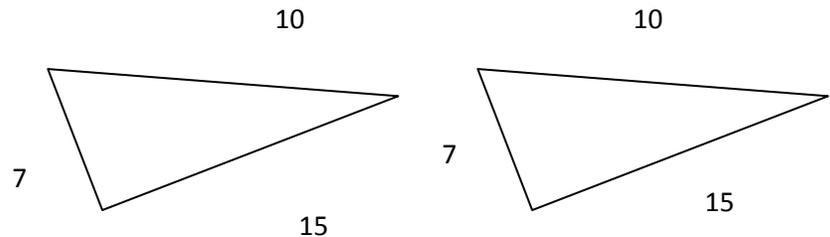
**Ejemplo:** Usa un programa de dibujo para crear hexágonos regulares, octágonos regulares y pentágonos regulares. Debajo de los dibujos, describe cuál de los polígonos sería mejor para ponerle lozas a un piso rectangular. Explica tu razonamiento.

**G.FG.9.5.2** Compara y contrasta la igualdad, la congruencia y la semejanza.

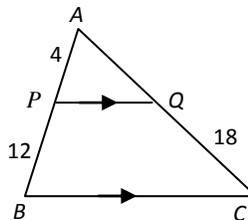
**Ejemplo:** Estos triángulos son congruentes,

a) ¿Cuál es la relación de las longitudes de los lados correspondientes? ¿Qué puedes decir sobre las medidas de los ángulos correspondientes?

b) ¿Son semejantes los triángulos? Explica



**G.FG.9.5.3** Identifica, contrasta, diferencia y aplica las condiciones suficientes para la congruencia de triángulos (LLL, LAL, ALA, AAL, HL).



**Ejemplo:** Prueba que los triángulos  $ABC$  y  $APQ$  son semejantes.

**G.TR.9.5.4** Utiliza la geometría de coordenadas y las transformaciones rígidas (reflexiones, traslaciones y rotaciones) para establecer la congruencia de figuras.

**Ejemplo:** Representa gráficamente el trapecio cuyos vértices son:

$E(-2,1)$ ,  $F(-1,3)$ ,  $G(1,3)$  y  $H(4,1)$ .

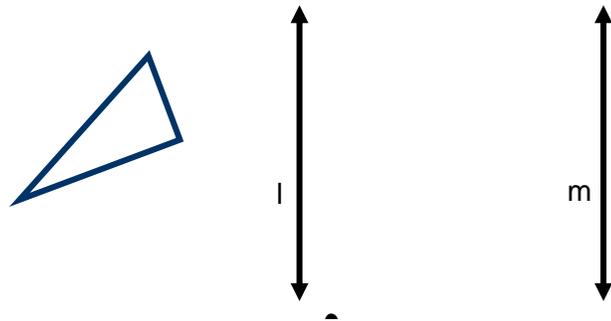
Luego traslada el trapecio como se indica.

- a) Tres unidades a la izquierda y seis unidades hacia abajo.
- b) Cuatro unidades a la derecha y tres unidades hacia abajo. Halle el área del trapecio original. Luego halle el área de cada uno de los trapecios trasladados, ¿qué observa?

**6.0 Identifica y aplica las transformaciones de figuras en el plano de coordenadas y discute los resultados de estas transformaciones.**

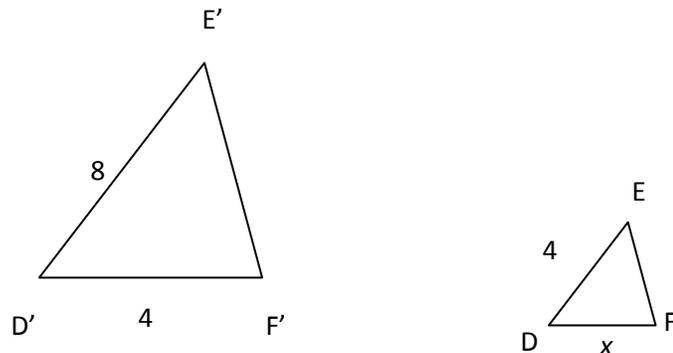
**G.TS.9.6.1** Representa traslaciones, reflexiones respecto a una línea, rotaciones y dilataciones (centradas en el origen) de objetos en el plano de coordenadas por medio de trazos, coordenadas, notación de funciones y matrices, y explica los efectos de estas transformaciones.

**Ejemplo:** Refleja la figura con respecto a  $\ell$ , y luego refleja la imagen obtenida con respecto a  $m$ .



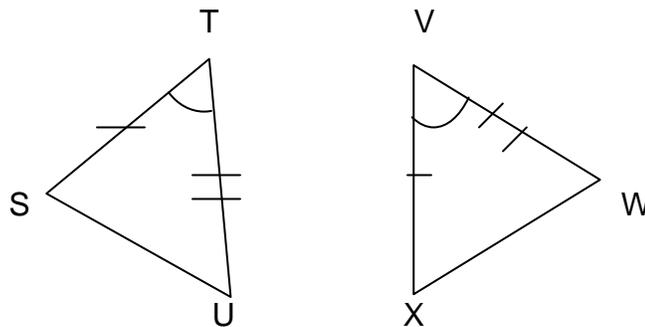
**G.TS.9.6.2** Reconoce e identifica las partes correspondientes de figuras congruentes y semejantes luego de una transformación.

**Ejemplo:** Busca la longitud de los lados y la medida de los ángulos que faltan en el Triángulo  $ABC \sim DEF$ .



**7.0 Identifica figuras semejantes y justifica estas semejanzas estableciendo condiciones suficientes y hallando las transformaciones rígidas que preservan la semejanza o las dilataciones centradas en el origen entre figuras. Resuelve problemas de la vida real que involucran semejanza en varios contextos.**

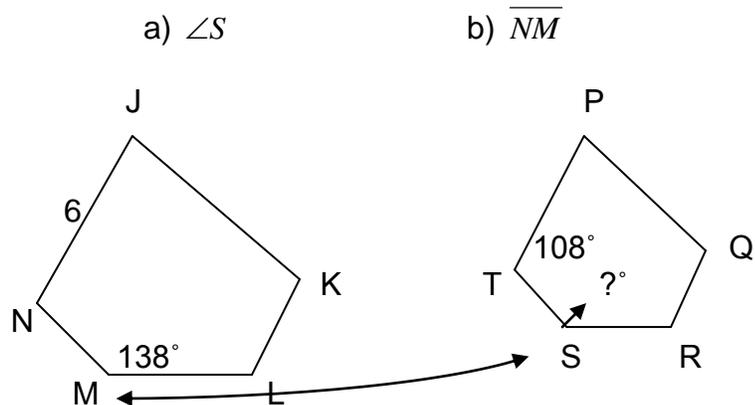
**G.FG.9.7.1** Identifica las condiciones de semejanza LAL, LLL, AA como condiciones suficientes para establecer la semejanza de triángulos, las aplica y observa que la congruencia es un caso especial de semejanza.



**Ejemplo:** Prueba que los triángulos  $STU$  y  $XVW$  son semejantes.

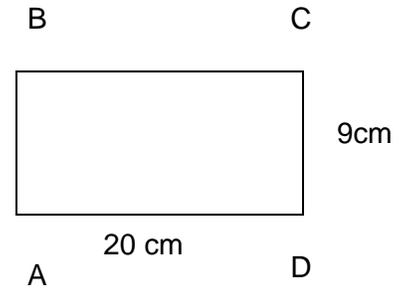
**G.FG.9.7.2** Utiliza la semejanza para calcular las medidas de las partes correspondientes de figuras semejantes, y aplica la semejanza en una variedad de contextos en matemáticas y otras disciplinas.

**Ejemplo:** Polígono  $JKLMN \sim$  polígono  $PQRST$ . Busca cada medida.



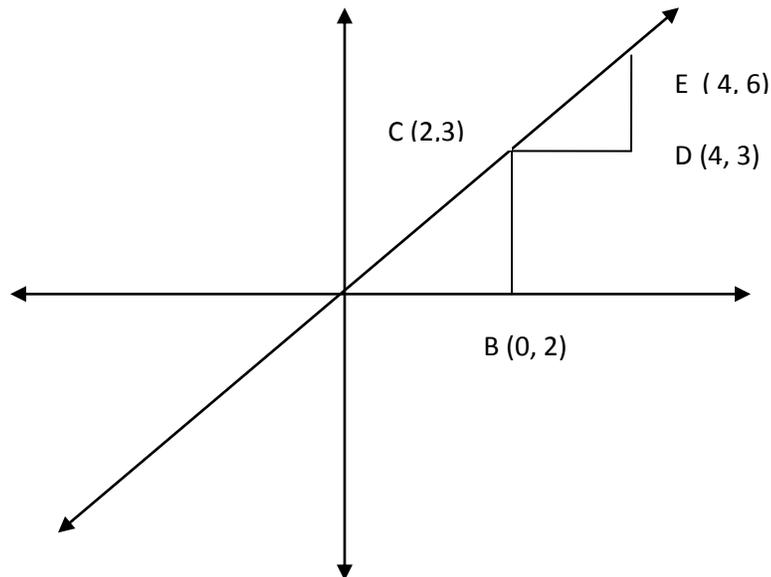
**G.MG.9.7.3** Construye una representación de una figura semejante a otra figura dada su razón de semejanza.

**Ejemplo:** Dado el  $\square$  ABCD construir el  $\square$  VXYZ dado que su razón de  $\frac{2}{1}$ .



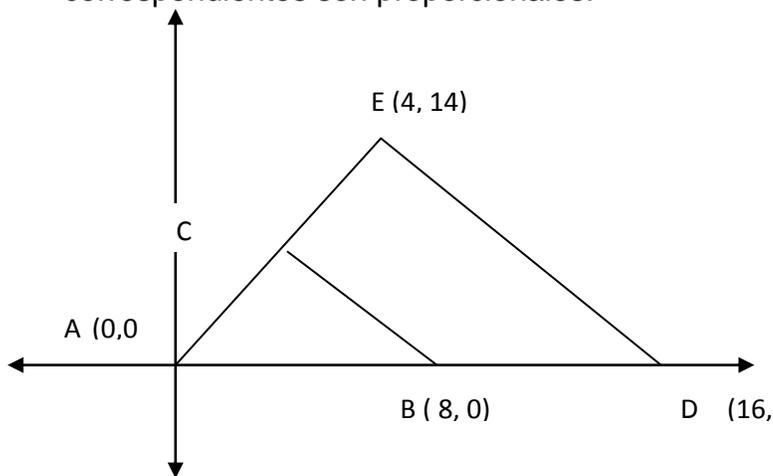
**G.FG.9.7.4** Utiliza triángulos semejantes para demostrar que la razón de cambio asociada a cualquier par de puntos en una línea es la misma.

**Ejemplo:**  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 3}{4 - 2} = \frac{3}{2}$ . La razón de cambio es  $\frac{3}{2}$ .



**G.TS.9.7.5** Utiliza dilataciones centradas en el origen para describir e investigar semejanzas.

**Ejemplo:** El  $\triangle ABC$  tiene vértices: A (0, 0); B (8, 0) y C (2, 7). Si las coordenadas de cada vértice se multiplica por 2, ¿la nueva figura será semejante a la original? El  $\triangle ADE$  será semejante al  $\triangle ABC$ , si sus  $\angle$ 's correspondientes y las medidas de los lados correspondientes son proporcionales.



#### ESTÁNDAR DE CONTENIDO 4: MEDICIÓN

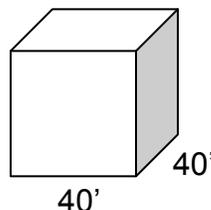
**El estudiante:** es capaz de utilizar sistemas, herramientas y técnicas de medición para establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.

El estudiante:

**8.0** Justifica y aplica las fórmulas de medidas asociadas a figuras geométricas de dos y tres dimensiones para perímetro/circunferencia, área, volumen y aplica estas fórmulas y otras propiedades geométricas relacionadas con ángulos y medidas de arco para resolver problemas que involucran medidas de figuras bidimensionales y tridimensionales.

**M.TM.9.8.1** Justifica las fórmulas de área para cuadriláteros y polígonos regulares.

**Ejemplos:** Si el piso de una bodega mide 40 pies por 40 pies. ¿Cuál es el área del piso de la bodega?

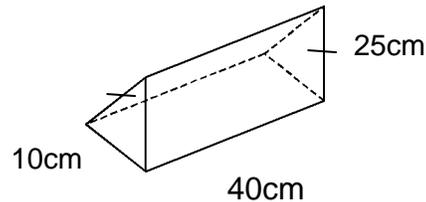


$$A = b \times h$$

Utiliza la fórmula del área de un rectángulo para calcular el área de otro polígono.

**M.TM.9.8.2** Aplica el principio volumen = área de la base x altura para relacionar las fórmulas de área y volumen para las prismas y los cilindros.

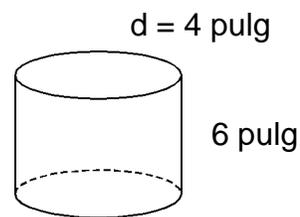
**Ejemplo:** Algunos carteles se envían dentro de cajas en forma de prisma triangular.



Halla el volumen de esta caja triangular.

**M.TM.9.8.3** Relaciona el área de superficie de prismas y cilindros a la suma de las áreas de sus bases y superficies laterales usando redes para ilustrar y sumar las medidas relevantes.

**Ejemplo:**



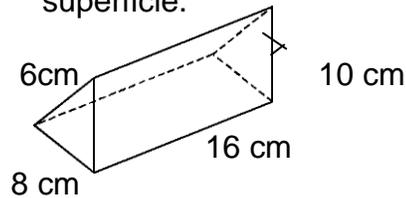
- Encuentre el área de cada círculo del cilindro
- Encuentre el área del lado del cilindro
- Encuentre el área total del cilindro

**M.TM.9.8.4** Identifica y halla las medidas de ángulos formadas por segmentos en figuras de tres dimensiones, extendiendo a las relaciones del triángulo recto y el triángulo isósceles/equilátero para estudiar las caras de objetos tridimensionales.

**Ejemplo:** La base de una pirámide triangular es un triángulo equilátero que se une con las otras tres caras. ¿Cuánto mide cada ángulo?

**M.TM.9.8.5** Aplica fórmulas y resuelve problemas que involucran área, perímetro, volumen y área de superficie de pirámides, conos, esferas y figuras compuestas.

**Ejemplo:** Identifica el prisma y encuentra su área de superficie.



**M.TM.9.8.6** Determina la longitud de arco de círculos y áreas de sectores de círculos usando proporciones.

**Ejemplo:** Una rampa para patineta se forma por un arco con un ángulo central de 57 grados y radio de 9 pies. Halla la longitud del arco al pie más cercano.

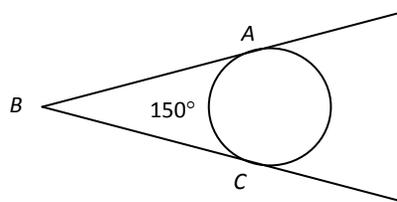
**M.TM.9.8.7** Desarrolla y aplica el teorema de la suma de ángulos internos de un polígono, y los teoremas de desigualdad de los triángulos y ángulos.

**Ejemplo:** ¿Puedes dibujar un triángulo con los lados de 7 cm, 4 cm y 15cm de largo?

**M.TM.9.8.8** Justifica y aplica enunciados sobre ángulos formados por cuerdas, tangentes y secantes en círculos y las medidas de los arcos que interceptan.

**Ejemplo:** ¿Cuál es el ángulo entre una tangente de un círculo y el radio en el punto donde la tangente se une al círculo?

**Ejemplo:** Encuentra la medida del ángulo  $ABC$  en el diagrama siguiente.



## ESTÁNDAR DE CONTENIDO 5: ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDAD

El estudiante es capaz de utilizar diferentes métodos de recopilar, organizar, interpretar y presentar datos para hacer inferencias y conclusiones.

El estudiante:

**9.0 Determina el espacio muestral de un experimento, y emplea la regla de conteo de multiplicación. (Propiedad Fundamental de Conteo).**

**E.PR.9.9.1** Utiliza listas, tablas y diagramas de árbol para representar los resultados posibles en un espacio muestral para un experimento.

**Ejemplo:** Utilice La siguiente tabla para que halle la probabilidad si se selecciona una persona al azar la misma pertenezcan al personal de enfermería o que sea varón.

Personal	Femenino	Masculino	Total
Enfermería	7	1	8
Doctores	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>5</u>
	10	3	13

**E.PR.9.9.2** Emplea estrategias sistemáticas de conteo, como la Propiedad Fundamental de Conteo, para determinar el número de resultados posibles.

**Ejemplo:** Si se lanza una moneda y un dado halle la probabilidad de obtener cara en la moneda y 5 en el dado.

**E.PR.9.9.3** Distingue entre sucesos compuestos dependientes e independientes y explica la idea de probabilidad condicional.

**Ejemplo:** Una bolsa contiene bolas blancas y negras. Una

persona selecciona dos bolas sin reemplazo. Si la probabilidad de seleccionar una bola negra y una bola blanca es  $15/56$ , y la probabilidad de seleccionar una bola negra en la primera ocasión es  $3/8$ , halle la probabilidad de seleccionar una bola blanca en la segunda ocasión, dado que la primera bola que seleccionó fue negra.

**E.PR.9.9.4** Diseña y utiliza árboles, tablas, modelos de área y otras representaciones para calcular la probabilidad de sucesos compuestos cuando los sucesos son independientes y cuando no lo son.

**Ejemplo:** Un hombre de negocios puede ir de Bayamón a San Juan en Carro, en Guagua y de San Juan a Fajardo en Carro, Avión o en Helicóptero. Cuál es el espacio muestral para poder determinar la probabilidad para ir de Bayamón a Fajardo.

**E.PR.9.9.5** Describe y aplica la regla de multiplicación para probabilidad para calcular probabilidades para sucesos compuestos dependientes y para independientes.

**Ejemplo:** En un embarque de 25 microondas, 2 están defectuosos. Si dos hornos son seleccionados al azar y probados, halle la probabilidad que ambos están defectuosos si el primer horno es reemplazado luego de haberse probado.

**10.0 Desarrolla, usa e interpreta simulaciones para estimar probabilidades para eventos cuyos valores teóricos son difíciles o imposibles de calcular.**

**E.PR.9.10.1** Describe una simulación identificando los componentes y supuestos en un problema, seleccionando un instrumento para generar los resultados, define intento, y especifica el número de intentos; y conduce la simulación.

**Ejemplo:** Un estudiante está resolviendo un examen de verdadero / falso. Para escoger la respuesta, lanza los dados. Asume que verdadero y falso tienen la misma probabilidad de ser correctas. Explica cómo usar un solo dado para escoger la respuesta verdadera o falsa.

**E.PR.9.10.2** Resume datos de una simulación usando los resúmenes numéricos y las gráficas apropiadas, desarrolla un estimado para la probabilidad de un evento asociado a una situación probabilística del mundo real, y discute el efecto de un número de intentos en la probabilidad estimada de un evento.

**Ejemplo:** Imagina que olvidas el número del apartado postal de un amigos. Sabes que el número de la casilla tiene dos dígitos y que ambos dígitos son múltiplos de tres. Si escoges dígitos al azar que son múltiplos de tres, cuál es la probabilidad de que escojas el número correcto de casilla. Usa una simulación para hallar una probabilidad experimental.

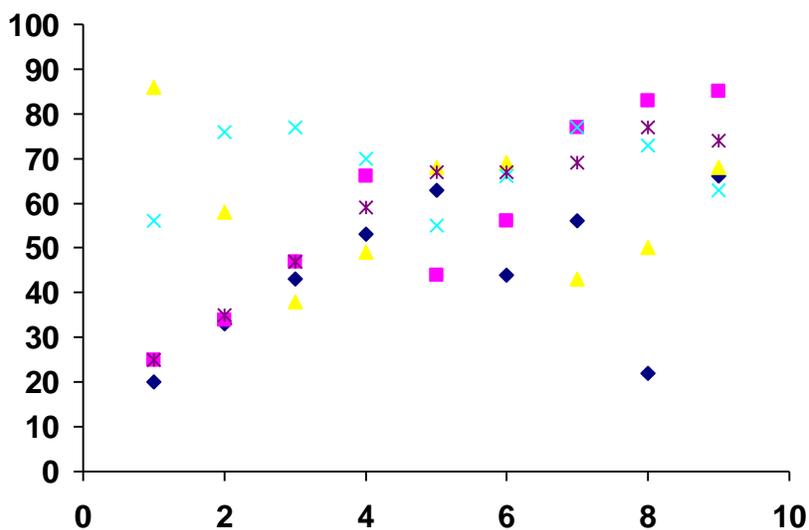
**E.PR.9.10.3** Reconoce que los resultados de una simulación difieren de una simulación a otra; observa que los resultados de una simulación tienden a converger a medida que aumenta el número de intentos.

**Ejemplo:** Imagina que se te han olvidado los últimos dos dígitos del teléfono de tu mejor amigo. ¿Cómo podrías simular el proceso de seleccionar al azar dos dígitos pares?

**11.0** Analiza datos numéricos en dos variables, representando estos datos con diagramas de dispersión apropiadas y traza la línea de mejor ajuste.

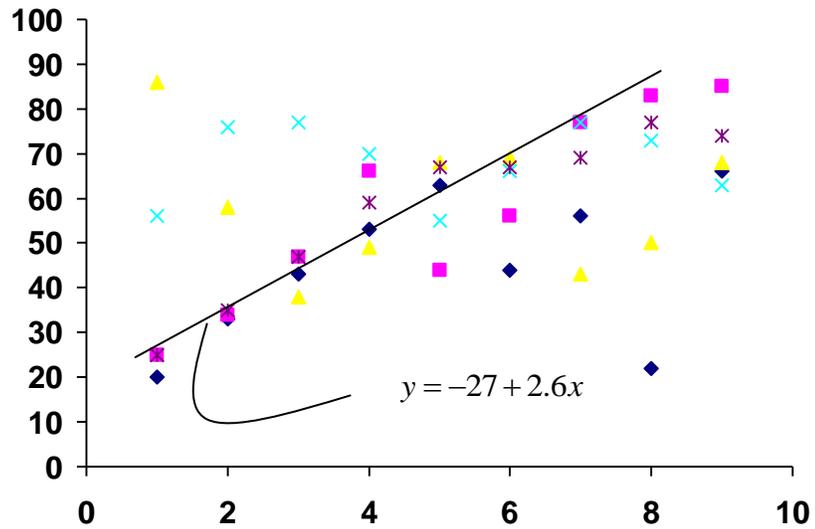
**E.AD.9.11.1** Juzga si el diagrama de dispersión aparenta demostrar tendencias lineales, y si es así, traza la línea de mejor ajuste y escribe la ecuación de esta línea; usa la ecuación para establecer predicciones; e interpreta la pendiente de la línea en el contexto del problema.

**Ejemplo:** Determina si el siguiente diagrama de dispersión muestra tendencias lineales.



**E.AD.9.11.2** Calcula la línea de mejor ajuste, a mano para modelar una relación representada en un diagrama de dispersión, e interpreta la pendiente e intercepto en términos del contexto del problema

**Ejemplo:** Determina la línea de regresión del siguiente diagrama de dispersión.



# **GLOSARIO MATEMÁTICO BÁSICO**

## GLOSARIO MATEMÁTICO BÁSICO

**Aleatorio (número):** relativo al azar, número del espacio muestral que tiene la misma probabilidad de ser escogido, también este número se utiliza para señalar a un elemento de la muestra.

**Algoritmo:** es una lista bien definida, ordenada y finita de operaciones que permite hallar la solución a un problema.

**Altura de un triángulo:** segmento desde un vértice del triángulo que es perpendicular a la recta que contiene al lado opuesto.”

**Ángulo:** porción de plano comprendida entre dos semirrectas con un origen común denominado vértice. Otra concepción de ángulo dice que ésta es la figura formada por dos rayos con origen común.

**Ángulos Adyacentes:** son los que tienen un lado y un vértice en común.

**Ángulo Agudo:** ángulo que mide menos de  $90^\circ$ . Su medida está entre 0 y 90 grados, en forma algebraica, sea  $x$  la medida de un ángulo, este es agudo si  $0^\circ < x < 90^\circ$

**Ángulos Complementarios:** son dos ángulos agudos cuya suma es igual a  $90^\circ$ .

**Ángulos Consecutivos:** ángulos que tienen un lado en común. También en algunos textos se refiere a los dos ángulos interiores al mismo lado de una transversal.

**Ángulo diedro:** cada una de las regiones determinadas por dos semiplanos que se cortan. Los semiplanos se llaman caras del ángulo diedro.

**Ángulo llano:** ángulo que mide  $180^\circ$ .

**Ángulo inscrito:** ángulo formado por dos cuerdas con un extremo en común.

**Ángulo Obtuso:** mide más de  $90^\circ$  y menos de  $180^\circ$ . Su medida está en entre 90 y 180 grados, en forma algebraica. Sea  $x$  la medida de un ángulo, este es agudo si  $90^\circ < x < 180$ .

**Ángulo poliedro:** figura determinada por tres o más semirrectas de origen común, no coplanares, y tales que el plano determinado por dos de ellas consecutivas deje a las restantes en un mismo semiespacio.

**Ángulo Recto:** mide  $90^\circ$

**Ángulo semi-inscrito:** ángulo formado por una cuerda y una tangente trazada por un extremo de la cuerda.

**Ángulos suplementarios:** son aquellos cuya suma es igual a  $180^\circ$ .

**Ángulos congruentes:** dos ángulos son **congruentes** cuando tiene la misma medida.

**Ángulos opuestos por el vértice:** dos ángulos se dicen **opuestos por el vértice** cuando los lados de uno son semirrectas opuestas a los lados del otro.

**Ángulo triedro:** figura determinada por la intersección de tres ángulos cuyas aristas concurren a un punto común llamado vértice.

**Año:** periodo de  $365\frac{1}{4}$  días, exactamente, 365 días, 6 horas, 9 minutos con 9.76 segundos, en la antigüedad se pensaba en que sólo tenía 360 días, de este número surgen los grados del círculo.

**Apotema:** es el segmento perpendicular a un lado trazado desde el centro de un polígono.

**Arco:** parte de una circunferencia.

**Asíntota:** una línea recta o curva a la que se aproxima una curva como gráfica de determinada función sin llegar jamás a tocarla por más que se acerque.

**Axioma:** proposición aceptada sin necesidad de demostración dada su evidencia.

**Axiomas de Peano:** axiomas de la aritmética con los que se definen los números naturales.

**Binomio:** expresión algebraica de dos términos. Ejemplo:  $5a - 2b$ .

**Bisectriz:** es el lugar geométrico de los puntos que equidistante de los lados de un ángulo. También se le asigna este nombre a la recta que divide al ángulo por su mitad y a la recta que interseca a un segmento en su punto medio.

**Catetos:** lados que forman el ángulo recto de un triángulo rectángulo.

**Censo:** recuento de población. Una encuesta a una población, en este caso el tamaño de la muestra es  $N$  (mayúscula)

**Centil:** percentil, posición con respecto a un total de tamaño 100

**Cero de una función:** todo punto para el cual  $f(x) = 0$ .

**Cilindro:** cuerpo geométrico que se obtiene por la rotación de un rectángulo en torno a uno de sus lados.

**Círculo:** región interior de una circunferencia e incluye a esta.

**Circunferencia:** 1. lugar geométrico de todos los puntos que están en un mismo plano y que equidistante de un punto llamado centro. 2. Línea curva, plana, cerrada cuyos puntos equidistan de otro punto dado, llamado centro.

**Coefficiente** (de una variable): un número multiplicado por el producto de variables o potencias de variables en un término; los coeficientes de  $x$  en la expresión  $ax^2 + bx + c$  son  $a$ ,  $b$  y  $c$ .

**Coefficientes binomiales:** coeficientes de los monomios que aparecen al desarrollar las potencias del binomio.

**Combinación:** una colección de símbolos u objetos en la que el orden no es importante; el número de combinaciones de  $n$  símbolos u objetos diferentes elegidos  $r$  a la vez, simbolizados por  $C(n,r)$  o  ${}_nC_r$ , puede obtenerse mediante la siguiente fórmula:

$$C(n,r) = \frac{P(n,r)}{P(r,r)} = \frac{P(n,r)}{r!} = \frac{1}{r!} \cdot \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

**Combinatoria:** parte de la matemática que analiza las diferentes formas de agrupar elementos y calcular el número de posibilidades.

**Combinación lineal:** un vector en el plano, es combinación lineal de dos vectores dados, si es la suma de dos vectores ponderados de los vectores dados.

**Complejos iguales:** dos números complejos son iguales si y sólo si sus partes reales son iguales y sus partes imaginarias también.

**Composición de funciones:** dadas dos funciones reales de variable real,  $f$  y  $g$ , se llama composición de las funciones  $f$  y  $g$ , y se escribe  $g \circ f$ , a la función definida de  $R$  en  $R$ , por  $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$ . La función  $(g \circ f)(x)$  se lee «  $f$  compuesto con  $g$  aplicado a  $x$  ».

$$\begin{array}{ccccc} \mathbf{R} & \xrightarrow{f} & \mathbf{R} & \xrightarrow{g} & \mathbf{R} \\ x & \longrightarrow & f(x) & \longrightarrow & g[f(x)] \end{array}$$

Primero actúa la función  $f$  y después actúa la función  $g$ , sobre  $f(x)$ .

**Conjetura:** un enunciado, opinión, o conclusión basada en observaciones.

**Conjunción:** combina dos proposiciones matemáticas con la palabra y se puede representar como la intersección de dos conjuntos.

**Conjunto Finito:** conjunto que tiene un número limitado de elementos.

**Conjunto Infinito:** conjunto de un número ilimitado de elementos.

**Congruencia (de figuras):** dos figuras son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. De igual medida.

**Conmutativa:** una operación binaria es **conmutativa** cuando el resultado de la operación es el mismo cualquiera que sea el orden de los dos elementos con los que se opera.

**Cono:** cuerpo sólido engendrado por la rotación de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. El otro cateto forma la base circular del cono, mientras que la hipotenusa (generatriz) forma la superficie cónica. El volumen  $V$  del cono de radio  $r$  y altura  $h$  es  $1/3$  del volumen del cilindro con las mismas dimensiones:  $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$ .

**Cono Recto:** cono, cuyo eje es perpendicularmente a la base.

**Cono Oblicuo:** cono, cuyo eje no es perpendicularmente a la base

**Cono Truncado:** porción de cono comprendida entre la base y un plano paralelo a la misma.

**Constante:** cantidad cuyo valor se mantiene inalterable.

**Constante de proporcionalidad:** si las variables  $x$  y  $y$  están relacionadas por  $y = kx$ , se dice que  $k$  es la constante de proporcionalidad entre ellas.

**Coplanarios:** puntos situados en un mismo plano.

**Corolario:** es una consecuencia inmediata de un teorema.

**Corona Circular:** figura plana comprendida entre dos circunferencias concéntricas.

**Correlación:** la relación entre dos conjuntos de datos. Dos conjuntos de datos pueden tener correlación positiva si aumentan o disminuyen juntos y correlación negativa si uno de los conjuntos aumenta como el otro conjunto disminuye, o no tener.

**Correspondencia de uno a uno:** función entre dos conjuntos que empareja cada elemento del dominio con exactamente un elemento del margen, y cada elemento del margen con exactamente un elemento de dominio.

**Cosecante:** función trigonométrica que corresponde a la razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto. Es el recíproco de la función seno.

**Coseno:** función trigonométrica que corresponde a la razón entre el cateto adyacente al ángulo y la hipotenusa.

**Crecimiento exponencial:** cambia en una cantidad o población que se puede describir mediante una ecuación con la forma  $y = \alpha \cdot b^x$ , donde  $\alpha$  representa el tamaño de la población inicial,  $b$  es la suma de dos porcentajes-100 (representa la población inicial) y  $r$  (representando la tasa de crecimiento)- y  $x$  representa un período de tiempo.

**Cuadrado:** paralelogramo de cuatro lados iguales y cuatro ángulos congruentes (rectos). Es un rombo rectángulo. También es cuando un número tiene una potencia de dos.

**Cuadrado de un Binomio:** es igual al cuadrado del primer término más o menos el doble producto del primer término por el segundo, más el cuadrado del segundo término.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{ó} \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

**Cuadrado de un residual** - el cuadrado de la distancia desde un punto de datos y el modelo en general, cuanta más pequeña es la suma de los cuadrados de los residuales, más se aproxima a los datos de un modelo.

**Cuadrilátero:** polígono de cuatro lados.

**Cuartil:** intervalos que se obtienen al dividir en cuartos el conjunto de datos, ordenados de menor a mayor o viceversa.

**Cuerda:** segmento que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia.

**Deca:** prefijo griego que significa 10.

**Década:** período de diez años.

**Decaedro:** poliedro de diez caras.

**Decágono:** polígono de diez lados.

**Decágono regular:** polígono convexo de diez lados y ángulos congruentes.

**Decagramo:** medida de masa equivalente a diez gramos.

**Decalitro:** medida de capacidad equivalente a diez litros.

**Decámetro:** medida de longitud equivalente a diez metros.

**Decena:** conjunto formado por diez unidades.

**Deci:** prefijo que significa décima parte.

**Decígramo:** medida de masa equivalente a la décima parte del gramo.

**Decilitro:** medida de capacidad equivalente a la décima parte del litro.

**Décima:** cada una de las diez partes iguales en que se divide una unidad o un todo.

**Decímetro:** medida de longitud equivalente a la décima parte del metro.

**Dedución:** conclusión basada en un conjunto de proposiciones verdaderas.

**Delta (  $\Delta$  ):** cuarta letra del alfabeto griego, en el caso de delta mayúscula, tiene la forma de un triángulo.

**Demostración:** proceso por el cual, mediante una serie de razonamientos lógicos, se llega a establecer la verdad de una proposición o teorema a partir de cierta hipótesis.

**Denominador:** parte de una fracción que indica en cuántas partes está dividido un todo o la unidad.

**Descomposición prima:** descomponer un número en sus factores primos.

**Desigualdad:** relación matemática que indica que dos expresiones no son iguales.

**Desplazamiento:** cambio en la posición de un objeto; tiene tanto magnitud como dirección.

**Desviación:** en Estadística, diferencia de cada valor con el promedio.

**Desviación absoluta media:** medida del margen de variación que describe la distancia promedio desde la media para los números en el conjunto de datos.

**Desviación estándar:** una medida del margen de variación que se representa a menudo por la letra griega  $\sigma$  (sigma) y que se determina mediante la siguiente fórmula, donde  $\mu$  representa la media y  $n$  es el número de elementos en el conjunto.

En resumen, es como un promedio de cuanto se desvían los datos de la media.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_n - \mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum (x - \mu)^2}{N}}$$

**Desviación estándar de una muestra:** en tamaño es  $n$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

**Determinante** (de una matriz  $\mathbf{M}$   $2 \times 2$ ): la diferencia de las dos diagonales de la matriz; representada por  $\det \mathbf{M}$  o  $|\mathbf{M}|$ ; para una matriz  $\mathbf{M}$  en la forma que se indica a continuación,  $\det \mathbf{M} = ad - bc$ .

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

**Diagonal:** segmento rectilíneo que une dos vértices no consecutivos de una figura geométrica. También en una matriz existen diagonales, diagonal principal y diagonal secundaria.

**Diagrama de árbol:** un modelo matemático que muestra todos los resultados posibles para una serie de eventos o decisiones; cada segmento de línea en un diagrama de árbol es una rama.

**Diagrama de caja y línea:** un método para mostrar la mediana, cuartiles, y extremos de un conjunto de datos. En el siguiente ejemplo el valor mínimo es 0 el valor del primer cuartil (Q1) es 2, el valor de la mediana es 3, el valor del tercer cuartil (Q3) es 5 y el valor máxima de estos datos es 6.

**Diagrama de dispersión** Una gráfica que muestra la relación entre dos conjuntos de datos. Una línea que pasa cerca de la mayoría de los puntos de datos es llamada línea ajustada.

**Diagrama de tallo y hojas-**muestra los valores en un conjunto de datos dispuestos como un tallo y unas hojas; para simplificar la interpretación, los datos se suelen ordenar y se incluye una leyenda.

**Diámetro:** cuerda que pasa por el centro y divide a la circunferencia en dos semicircunferencias. Equivale al doble del radio y es la máxima cuerda que se puede trazar en una circunferencia.

**Dilatación** - una transformación que empareja un punto **P**, el centro, con sí mismo y cualquier otro punto **X** con un punto **X'** en el rayo **PX** de modo que  $PX' / PX = r$ , donde  $r$  es el factor de escala; una dilatación con centro **C** y factor de escala  $r$  se representa como  $D_{C,r}$ .

**Distancia** (entre dos puntos en dos dimensiones) se puede calcular mediante la fórmula

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

**Distancia** (entre dos puntos en tres dimensiones)-se puede calcular mediante la fórmula

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

**Duplo**: prefijo griego que significa doble.

**Disco**: es la unión de la circunferencia con el círculo.

**Discriminante**: la expresión  $b^2 - 4ac$  se la denomina discriminante. Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales y el discriminante es mayor que cero, las soluciones o raíces de la ecuación serán reales y distintas; si el discriminante es igual a cero, las raíces serán reales e iguales y si el discriminante es menor que cero, la ecuación no tendrá soluciones reales pero sí en el campo complejo, donde habrá dos raíces conjugadas.

**Disjuntos**: conjuntos cuya intersección es vacía.

**Dispersión**: medida cuantitativa de la dispersión de una distribución de datos.

**Dividendo**: número que se divide por otro.

**Docena**: conjunto formado por 12 unidades.

**Dodecaedro**: poliedro de 12 caras.

**Dodecágono**: polígono de 12 lados.

**e**: número irracional trascendental que puede obtenerse como límite de la sucesión cuando  $n$  tiende a infinito.:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

**Ecuación**: toda igualdad válida sólo para algunos valor(es) de la(s) variable(s).  
Ejemplos:  $6x = 18$ ;  $x - y = 7$ .

**Ecuación cuadrática:** ecuación de segundo grado o cuadrática se expresa mediante la relación  $ax^2 + bx + c = 0$ , donde  $a$  es distinto de  $0$ .

**Ecuación cúbica:** ecuaciones de tercer grado o cúbicas son del tipo  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ , donde  $a$  es distinto de  $0$ .

**Ecuación cuártica:** Las ecuaciones de cuarto grado o cuárticas,  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ , para  $a$  distinto de  $0$ .

**Ecuación Diferencial:** ecuación que contiene derivadas.

**Ecuación Exponencial:** ecuación en la cual la incógnita aparece en algún exponente.

**Ecuación Literal:** ecuación cuyas cantidades conocidas están representadas por letras.

**Ecuación Logarítmica:** ecuación en la cual aparecen expresiones logarítmicas.

**Ecuación Trigonométrica:** aquella cuyas incógnitas son el asunto principal de las funciones trigonométricas.

**Ecuaciones equivalentes:** ecuaciones que tienen las mismas soluciones.

**Equilátero:** polígono que tiene sus tres lados congruentes. Ejemplos: triángulo equilátero, pentágono equilátero.

**Elemento:** cada uno de los objetos pertenecientes a un conjunto.

**Elipse:** Lugar geométrico de todos los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos dados es constante. Los puntos dados se denominan focos de la elipse.

**Endomorfismo:** homomorfismo de una estructura en sí misma.

**Eneágono:** polígono de nueve lados.

**Eneágono Regular:** polígono de nueve lados iguales.

**Épsilon ( $\varepsilon$ ):** quinta letra del alfabeto griego.

**Equidistante:** que está a la misma distancia.

**Equivalente:** que tiene igual valor.

**Error Absoluto:** Diferencia entre el valor exacto y el valor encontrado en una medida.

**Error Relativo:** Cociente entre el error absoluto y la medida exacta.

**Escalar:** Magnitud que queda completamente determinada por un número real.

**Escaleno (Triángulo):** triángulo que tiene sus tres lados desiguales.

**Escaleno (Trapezio):** trapezio con un par de lados paralelos.

**Esfera:** cuerpo limitado por una superficie cuyos puntos equidistante de otro interior llamado centro.

**Espacio muestral:** el conjunto de los resultados posible de un experimento, su tamaño es  $n$  (minúscula).

**Euclídeo:** que hace referencia a Euclides o se basa en sus principios matemáticos.

**Evento:** un subconjunto del espacio de muestra

**Eventos incompatibles:** se refiere a dos sucesos que no pueden ocurrir al mismo tiempo, es decir, de intersección vacía.

**Eventos complementarios** dos eventos tales que sólo uno o el posible. Por ejemplo, el evento "E ocurre" es el complemento del evento "E que no ocurre."

**Eventos dependientes:** eventos que no son independientes. El resultado de uno depende del resultado del otro.

**Eventos independientes:** eventos para los cuales la probabilidad de ocurrencia de cualquier evento individual no se ve afectada por la ocurrencia o no ocurrencia de cualquiera de los demás eventos; para dos eventos independientes A y B,

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B);$$

Esta definición puede extenderse a cualquier número de eventos independientes.

**Eventos mutuamente excluyentes:** dos eventos que no pueden ocurrir al mismo tiempo en una sola prueba; para dos eventos mutuamente excluyentes A y B,  $P(A \text{ y } B) = 0$ .

**Excéntricas:** figuras cuyos centros no coinciden.

**Exponente:** número que indica la potencia a la que hay que elevar una cantidad.

**Extremos Relativos:** Máximo y mínimo relativo de una función real.

**F:** letra usada para designar una función.

**Factor:** cada uno de los términos de una multiplicación.

**Factorial:** producto obtenido al multiplicar un número positivo dado, por todos los enteros positivos inferiores a ese número hasta llegar a 1. Se simboliza por  $n!$ . Se define  $0! = 1$

**Finito:** que tiene fin, término o límite.

**Fracción Decimal:** fracción que tiene por denominador una potencia positiva de 10.

**Fracción Impropia:** fracción mayor que uno; fracción cuyo numerador es mayor que el denominador.

**Fracción irreductible:** fracción que no se puede simplificar más; el numerador y el denominador son relativamente primos.

**Fracción propia:** aquella cuyo numerador es menor que el denominador; fracción menor que uno.

**Fracciones equivalentes:** Aquellas que tienen el mismo valor.

**Función** una relación entre dos variables en la cual el valor de la variable dependiente depende del valor de la variable control. Sólo puede haber un valor de la variable dependiente para cada valor de la variable control.

**Función continua:** Una función  $f(x)$  es continua en  $x = x_0$  si y sólo si:

1º) Existe  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$  cuando  $x$  tiende a  $x_0$ .

2º) Existe  $f(x_0)$  tal que  $f(x_0) = L$

**Función Lineal:** Se define una función lineal con dos variables como una expresión de la forma  $f(x, y) = ax + by + c$ . Su representación gráfica es una recta en el espacio.

**Gamma ( $\gamma$ ):** tercera letra del alfabeto griego.

**Geometría:** rama de las matemáticas que estudia las propiedades de las figuras y las relaciones entre los puntos, líneas, ángulos, superficies y cuerpos.

**Geometría Plana:** trata de las figuras que son conjunto de puntos que están situados en un plano. Ejemplo: punto, rectas, segmentos, rayos, polígonos, círculo, etc.

**Geometría del Espacio:** trata de las figuras cuyos elementos no están todos en el mismo plano.

**Grado de un término algebraico:** es la suma de los exponentes de la parte literal de un término algebraico.

**Hecta:** prefijo que significa cien (100).

**Hectárea:** medida de superficie que equivale a 10,000 metros cuadrados.

**Hectogramo:** medida de masa equivalente a 100 gramos.

**Hectolitro:** medida de capacidad equivalente a 100 litros.

**Hectómetro:** medida de longitud equivalente a 100 metros.

**Hemisferio:** cada una de las dos partes de una esfera, limitadas por un círculo máximo.

**Heptaedro:** poliedro de siete caras.

**Heptágono:** polígono de siete lados.

**Heptágono regular:** polígono de siete lados iguales.

**Hexa:** prefijo que significa seis.

**Hexaedro:** poliedro de 6 caras regulares, más conocido como cubo.

**Hexágono:** polígono de seis lados.

**Hexágono regular:** polígono convexo de seis lados congruentes. Sus ángulos interiores son congruentes y miden  $120^\circ$  cada uno.

**Hexagrama:** figura plana compuesta de dos triángulos equiláteros que se cortan entre sí, de modo que cada lado de uno es paralelo a un lado del otro y forman un hexágono.

**Hipérbola:** lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancia a dos puntos fijos, llamados focos, es constante.

**Hipotenusa:** el mayor de los lados de un triángulo rectángulo y que es opuesto al ángulo recto.

**Hipótesis:** enunciado o proposición que se toma como base de un razonamiento matemático.

**Homogéneo:** compuesto o formado por elementos de igual naturaleza.

**i:** símbolo de la unidad imaginaria,  $i = \sqrt{-1}$ .

**Icosaedro:** poliedro de veinte caras.

**Icosaedro regular:** poliedro de veinte caras iguales que son triángulos equiláteros.

**Identidad:** igualdad que se cumple para cualquier valor de la(s) variable(s) que contiene. Ejemplo,  $x + y = y + x$ .

**Incentro:** punto en que se cortan las bisectrices interiores de un triángulo. Este punto es el centro de la circunferencia inscrita al triángulo.

**Incógnita:** cantidad desconocida.

**Incompatible (Sistema):** sistema de ecuaciones que no tiene ninguna solución común.

**Infinitesimal:** cantidad infinitamente pequeña de límite cero.

**Inscrito (Ángulo):** ángulo cuyo vértice está sobre una circunferencia y vale la mitad del arco que subtiende.

**Interpolación:** método para encontrar valores de una sucesión entre otros dos conocidos.

**Intersección:** elementos comunes a dos o más conjuntos.

**Intervalo o Clase:** en Estadística, agrupación de datos o sucesos.

**Isomorfismo:** Correspondencia biunívoca entre dos conjuntos que conservan las operaciones. Toda aplicación biyectiva que cumpla que  $f(a*b) = f(a) * f(b)$  es un isomorfismo.

**Isósceles (Triángulo):** triángulo que tiene dos de sus lados congruentes.

**Isósceles (Trapezio):** trapezio que tiene sus lados no paralelos congruentes.

**Kilo:** prefijo que significa mil.

**Kilogramo:** unidad de masa que equivale a mil gramos.

**Kilolitro:** medida de capacidad equivalente a mil litros.

**Kilómetro:** medida de longitud que equivale a mil metros.

**Kilómetro cuadrado:** Unidad de superficie equivalente a la de un cuadrado de lado 1 kilómetro.

**Largo:** longitud de una cosa.

**Lateral:** relativo a los bordes de los polígonos o a las caras de los poliedros.

**Logaritmo:** el logaritmo de un número, respecto de otro llamado base, es el exponente a que hay que elevar la base para obtener dicho número.

**Lugar geométrico:** conjunto de puntos que cumple con una determinada condición.

**Macro:** prefijo que significa grande.

**Matriz:** una organización de números en filas y columnas. El número de filas por el número de columnas resulta en la dimensión de la matriz.

**Matriz de coeficientes:** la matriz que representa los coeficientes de las variables cuando un sistema de ecuaciones lineales se escribe como una ecuación de matriz; en la siguiente ecuación, M es la matriz de coeficientes.

$$M \bullet X = C$$
$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$$

**Matriz de constantes:** la matriz que representa las constantes cuando un sistema de ecuaciones lineales se escribe como una ecuación de matriz; en la siguiente ecuación, C es la matriz de constantes.

**Matriz identidad:** matriz que, cuando se multiplica a la izquierda o a la derecha por otra, produce la misma matriz o transformación de identidad; Por ejemplo, la matriz de identidad de 3 x 3 es:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Algo parecido ocurre con el 1 en una multiplicación. Ejemplo:  $3 \times 1 = 3$   $1 \times 3 = 3$ , el número 1 es el elemento identidad, en algunos textos dicen “elemento neutro”.

**Máximo común divisor:** el mayor número entero que es divisor de un conjunto de números enteros.

**Media aritmética:** cociente entre la suma de los términos de una sucesión y el número de ellos. Lo conocemos regularmente con el nombre de Promedio y su fórmula es:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

**Media geométrica:** cada uno de los medios de una proporción continua y es igual a la raíz cuadrada del producto de los extremos.

**Mediana (de un triángulo):** segmentos que unen los puntos medios de los lados de un triángulo.

**Mediana (de un trapecio):** segmento que une los puntos de los lados no paralelos del trapecio.

**Mediana (de un conjunto de datos):** valor central una vez ordenados los datos ascendente o descendientemente. La posición de la mediana, de ser impar el número de datos es  $\frac{n+1}{2}$  y de ser par el número de los datos, la posición de la mediana es entre las posiciones  $\frac{n}{2}$  y  $\frac{n+2}{2}$ , en cuyo caso se busca la media de los datos que están en esa posición.

**Mediatriz (de un triángulo):** recta perpendicular, en el punto medio de un lado.

**Mega:** prefijo que significa un millón.

**Megámetro:** medida de longitud que equivale a 1.000 kilómetros.

**Mensurable:** que se puede medir.

**Metría:** sufijo que significa medida. Ejemplo: geometría → geo: tierra y metría: medida

**Micra:** medida de longitud equivalente a la millonésima parte de un metro.

**Micro:** prefijo que significa la millonésima parte de la unidad principal.

**Mili:** prefijo que indica milésima parte.

**Milígramo:** milésima parte de un gramo.

**Milímetro:** milésima parte del metro.

**Milla:** unidad de longitud equivalente a 1.609,347 metros.

**Millón:** mil veces mil.

**Mínimo común múltiplo:** es el menor de los múltiplos comunes a varios números.

**Minuendo:** cantidad de la que se resta otra en una sustracción.

**Miria:** prefijo que significa diez mil.

**Mitad:** cada una de las dos partes iguales en que se divide un todo.

**Mixto:** número compuesto de un entero y una fracción.

**Moda:** medida de tendencia central correspondiente al término que más se repite. Término de mayor frecuencia, en algunos casos hay más de una moda, por ejemplo, si dos números se repiten la misma cantidad mayor de veces, en este caso decimos que la muestra es bimodal.

**Monomio:** expresión algebraica de un solo término. Ejemplo,  $7a$

**Muestreo:** estudia las relaciones existentes entre una población y muestras extraídas de la misma.

**Muestra:** un sub-grupo de la población donde se lleva a cabo un estudio o experimento. Su tamaño es  $n$  (minúscula).

**Muestra aleatoria simple:** se selecciona de modo que cada miembro de la población tenga la misma oportunidad de ser incluido en la muestra.

**Muestreo estratificado:** requiere que una población se divida en porciones; cada porción es un estrato; para producir una muestra estratificada, se toman muestras aleatorias de cada estrato; no es necesario que estas muestras sean del mismo tamaño. Ejemplo: género masculino y femenino son dos estratos.

**Multiplicación:** operación aritmética que consiste en sumar tantas veces un número como lo indica otro número. Ambos son los factores y el resultado es el producto.

**Múltiplo:** cantidad aritmética o algebraica que es producto de otras dos que son divisores de ellas.

**IN:** símbolo que designa al conjunto de los números naturales, o sea el 1, 2, 3, 4, 5,...

**Numerable:** conjunto con el que se puede establecer una correspondencia biyectiva con el conjunto de los números naturales.

**Numerador:** parte de una fracción que indica las partes que se toman de una partición.

**Número complejo:** número de la forma  $a + ib$  con  $a$  y  $b$ , números reales e  $i^2 = -1$ . También pueden ser representados por pares ordenados  $(a,b)$  donde  $a$  y  $b$  son números reales. El elemento  $a$  recibe el nombre de parte real y  $b$  parte imaginaria.

**Número compuesto:** número que no es primo (excepto el uno).

**Número de Fermat:** todo número de la forma  $2^{2^n} + 1$ ; para cada  $n=1,2,3, \dots$

**Número Factorial:** el producto de números consecutivos naturales

$$n! = (n) \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

En esta expresión se define que  $0! = 1$  y que  $1! = 1$ .

**Número fraccionario:** número que expresa una o varias partes de la unidad.

**Número imaginario:** número que resulta de extraer la raíz cuadrada de un número negativo.

**Número impar:** número que no es divisible exactamente por dos.

**Número mixto:** número compuesto de entero y fracción.

**Número negativo:** número menor que 0.

**Número ordinal:** el que expresa idea de orden o sucesión.

**Número par:** número divisible exactamente por dos. Residuo cero.

**Número perfecto:** número entero y positivo igual a la suma de sus divisores positivos, excluido él mismo.

**Números pitagóricos:** ternas de números enteros positivos tales que el cuadrado de uno de ellos es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos.

Si las longitudes de los dos lados de un triángulo son enteras y pitagóricas, el triángulo es rectángulo.

**Número positivo:** número mayor que 0.

**Número primo:** el que sólo es exactamente divisible por sí mismo y por uno. Los primeros son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...

**Número racional:** un número racional que puede ser escrito como un cociente de dos enteros  $a$ ,  $b \neq 0$ .

**Número real:** cualquier número racional o irracional.

**Número trascendente:** número que no es raíz de ninguna ecuación algebraica con coeficientes racionales.

**Número triangular:** número natural de la sucesión  $n_0 = 1, n_1 \dots n_r \dots$ , en la que  $n_r = n_{r-1} + r + 1, \dots$ . El número  $n_r$  es el de los puntos marcados en un esquema geométrico formado con triángulos.

**Oblicuángulo:** triángulo que no tiene ningún ángulo recto.

**Obtusángulo:** triángulo que tiene un ángulo obtuso.

**Octógono:** polígono de ocho lados.

**Octante:** cada una de las ocho partes iguales en que se puede dividir un círculo.

**Octavo:** cada una de las ocho partes que se puede dividir un todo o una unidad.

**Operación binaria:** operación que se realiza con dos elementos al mismo tiempo.

**Ordenada:** segunda componente del par ordenado  $(x,y)$  que determinan un punto del plano en un sistema de coordenadas cartesianas.

**Origen:** punto de intersección de los ejes de un sistema de coordenadas cartesianas.

**Ortocentro:** punto del triángulo donde se cortan las alturas. Este punto es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.

**Ortoedro:** paralelepípedo cuyas bases son rectángulos y sus aristas laterales perpendiculares a las básicas.

**Ortogonal:** lo que está en ángulo recto.

**Par:** todo número entero múltiplo de 2. Se representa por  $2n$ .

**Parábola:** lugar geométrico de todos los puntos del plano que equidistan, a la vez, de un punto dado y de una recta dada. El punto dado es el foco y la recta dada, la directriz de la parábola. Gráfica que resulta de una ecuación cuadrada  $y = ax^2 + bx + c$

**Paradoja:** razonamiento que parece demostrar que es cierto algo que evidentemente es falso.

**Paralelepípedo:** prisma cuyas bases son paralelogramos.

**Paralelogramos:** cuadriláteros cuyos lados opuestos son paralelos. Además, todos los paralelogramos verifican las siguientes propiedades: los lados opuestos tienen la misma longitud, los ángulos opuestos son congruentes y las diagonales se cortan en su punto medio.

**Paralogismo:** razonamiento incorrecto.

**Paréntesis:** signo ( ) en el que quedan encerradas ciertas operaciones y que indica el orden en que deben efectuarse.

**Parte:** porción determinada de un todo.

**Partición:** una partición del intervalo  $[a, b]$  es una colección de intervalos contenidos en  $[a, b]$ , disjuntos dos a dos y cuya unión es  $[a, b]$ .

**Penta:** prefijo griego que significa cinco.

**Pentadecágono:** polígono de 15 lados.

**Pentadecágono regular:** polígono de 15 lados iguales. Cada ángulo interior mide  $156^\circ$ .

**Pentágono:** polígono de 5 lados.

**Pentágono regular:** polígono de 5 lados iguales. Cada ángulo interior mide  $108^\circ$ .

**Perímetro:** longitud de una curva cerrada.

**Perímetro de un polígono:** corresponde a la suma de las longitudes de sus lados.

**Perpendicular:** dos figuras, como por ejemplo, rectas, segmentos, rayos, planos, que se intersecan formando ángulos rectos.

**Pi:** número irracional que corresponde a la razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

$$\pi = \frac{C}{d}$$

Este número tiene esta aproximación  $\pi \approx 3.14159$  a cinco cifras después del punto, pero la aproximación más común es 3.14

**Pirámide:** cuerpo geométrico que tiene como base un polígono cualquiera y como caras laterales triángulos con un vértice común.

**Pirámide truncada:** porción de pirámide comprendida entre la base y un plano paralelo a ella.

**Planos paralelos:** planos que no tienen ningún punto en común.

**Población:** grupo de todos los objetos, personas u observaciones sobre los que se debe recolectar información. Su tamaño se expresa con la **N** mayúscula.

**Poliedro:** sólido limitado por polígonos llamados caras.

**Poliedro regular:** poliedro cuyas caras son polígonos regulares.

**Polígono:** figura plana limitada por una línea poligonal cerrada.

**Polígono circunscrito:** un polígono está circunscrito a una circunferencia cuando sus lados son tangentes a la misma.

**Polígono convexo:** polígono cuyos ángulos interiores son todos menores o iguales a  $180^\circ$ .

**Polígono equiangular:** polígono que tiene todos sus ángulos interiores iguales.

**Polígono equilateral:** polígono que tiene todos sus lados iguales.

**Polígono inscrito:** un polígono está inscrito en una circunferencia cuando todos sus vértices son puntos de la circunferencia.

**Polígono circunscrito:** todos los lados del polígono son tangentes a una circunferencia.

**Polígono regular:** polígono que tiene de igual medida sus lados y congruentes sus ángulos.

**Polígonos semejantes:** dos polígonos son semejantes si tienen ángulos iguales y sus lados correspondientes proporcionales.

**Polinomio** (en una sola variable): expresión algebraica con la forma general  
$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x^1 + a_0$$
donde n es un número entero y los coeficientes  $a_i$  son números reales para  $i = 0, 1, 2, \dots, n$ .

**Porcentaje:** es una forma de expresar un número como una fracción de 100.

**Postulado:** principio que se admite sin demostración.

**Potencia:** producto de un número, llamado base, por sí mismo, n veces.

**Primo:** número divisible sólo por sí mismo y por la unidad 1. Los primeros naturales son: 2, 3, 5, 7, 11,...

**Primos entre sí (relativamente primos):** Números cuyo único divisor es el 1.

**Prisma:** poliedro limitado por varios paralelogramos y por dos polígonos iguales cuyos planos son paralelos.

**Probabilidad:** la razón del número favorable de resultados al número total de resultados.

**Probabilidad condicional:** es la probabilidad de que un evento suceda dado que un evento inicial ya ha ocurrido; la probabilidad de que el evento B suceda dado que el evento A ya ha ocurrido, se representa como  $P(B | A)$ .

**Probabilidad experimental** (de un evento): la razón entre la cantidad de veces que un evento ocurre y la cantidad total de pruebas.

**Probabilidad teórica** (de un evento): la razón entre el número de resultados en un evento y el número total de resultados en el espacio de muestra, donde cada resultado en el espacio de muestra tiene la misma probabilidad de ocurrir; puede escribirse como  $P(E)$ .

**Rectas Paralelas:** rectas contenidas en el mismo plano y no se intersecan.

**Rectas Perpendiculares:** rectas que al cortarse forman un ángulo de  $90^\circ$ .  
(Eliminar palabra línea y colocarla bajo la R)

**Sucesión aritmética:** sucesión de números reales tal que la diferencia entre cada término y su precedente es una diferencia constante; a esta diferencia "d" se la denomina razón de la progresión, tal como: 2, 5, 8, 11, 14,...

**Sucesión geométrica:** sucesión de números reales tal que cada término se obtiene multiplicando su precedente por un valor constante "r", denominado razón de la progresión. Por ejemplo 3, 6, 12, 24, 48,....

**Proporción:** es la igualdad de dos razones..

**Proporcionalidad inversa:** Dos cantidades son inversamente proporcionales si al multiplicar una, la otra disminuye en el mismo factor.

**Q:** símbolo con el que se representa el conjunto de los números racionales.

**Quintal:** medida de peso que equivale a 100 kg.

**Quinto:** cada una de las partes que resultan al dividir un todo o unidad en cinco partes iguales.

**Quíntuplo:** cinco veces una cantidad.

$\mathbb{R}$ : símbolo con el cual se designa a los números reales.

**Racionalizar:** operación que consiste en eliminar la raíz del denominador.

**Radián:** unidad de medida de ángulos que equivale a un ángulo que con el vértice en el centro de la circunferencia subtiende un arco de longitud igual al radio de esta circunferencia.

**Radicación:** operación inversa a la potenciación que consiste en encontrar la base de una potencia, dados el resultado de ella y su exponente.

**Radical:** símbolo que indica la operación de extraer raíz.

**Radio (de una circunferencia):** segmento que une el centro con un punto cualquiera de la circunferencia.

**Radio (de una esfera):** segmento que une el centro de la esfera con un punto cualquiera de la superficie esférica.

**Raíz (De una ecuación):** solución de una ecuación.

**Raíz Cuadrada:** expresión radical de índice dos.

**Raíz Cúbica:** expresión radical de índice tres.  $\sqrt[3]{x}$

**Rango:** en estadística, es la diferencia entre el mayor y el menor de los datos ordenados.

**Razón:** comparación entre dos cantidades.

**Recíproco:** corresponde al valor inverso de un número, de manera tal que al efectuar el producto entre ambos, resulta 1.

**Recta:** es la representación gráfica de una función de primer grado. Toda función de la forma  $y = ax + b$  de  $\mathbb{R}$  en  $\mathbb{R}$  representa una línea recta en el plano cartesiano.

En la geometría, la recta es un conjunto infinito de puntos colineales.

**Rectas Paralelas:** rectas, en un mismo plano, que no tienen puntos en común.

**Rectángulo (Triángulo):** triángulo que tiene un ángulo recto. En este se aplica el Teorema de Pitágoras.

**Rectángulo (Cuadrilátero):** paralelogramo con lados opuestos iguales y sus cuatro ángulos congruentes.

**Rectángulo (Trapezio):** trapezio que tiene un lado perpendicular a las bases.

**Recursión:** proceso de usar una fórmula recursiva.

**Reflexión** (en una línea): transformación que empareja cada punto de la línea con sí mismo, y cada punto de la preimagen con un punto correspondiente de la imagen de manera que la línea de reflexión sea la bisectriz perpendicular del segmento que conecta cada punto en la preimagen con su imagen; una reflexión en una línea  $m$  se representa como  $r_m$

**Reflexiva:** propiedad de las relaciones binarias que indica que todo elemento está relacionado consigo mismo.

**Región:** parte del espacio.

**Revolución:** rotación alrededor de un eje de cualquier figura.

**Rombo:** paralelogramo de cuatro lados y dos pares de ángulos congruentes.

**Romboide:** paralelogramo que tiene dos lados opuestos iguales y dos pares de ángulos opuestos congruentes.

**Rotación:** giro alrededor de un eje.

**Sagita:** perpendicular del arco a su cuerda en el punto medio.

**Secante:** recta que intercepta a la circunferencia en dos puntos no coincidentes. Toda secante determina una cuerda. En textos anteriores se refiere a la recta transversal.

**Sección:** figura que resulta de la intersección de una superficie con un sólido.

**Sección cónica:** sección que se origina al cortar con un plano un cono circular recto. Surgen de este corte las famosas cónicas: el círculo, la elipse, la parábola y la hipérbola.

**Sector circular:** región limitada por dos radios y el arco subtendido por ellos.

**Segmento:** porción de recta limitada por dos puntos.

**Segmento circular:** Región limitada por una cuerda y el arco determinado por ella.

**Segundo:** unidad de tiempo que equivale a la  $1/60$  parte de un minuto.

**Semana:** período de tiempo de siete días.

**Semejantes (Figuras):** figuras cuyos ángulos correspondientes son congruentes y sus segmentos correspondientes proporcionales.

**Semejantes (Términos):** términos que tienen el mismo factor literal. Por ejemplo  $5ab$  y  $-7ab$ .

**Semestre:** período de seis meses.

**Semi:** prefijo que significa mitad.

**Seno (de un ángulo):** razón entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa en un triángulo rectángulo, en el círculo unitario, es el valor y de las coordenadas del punto en la circunferencia que coincide con el ángulo o el radian al que le buscamos el seno.

**Serie:** suma de una sucesión ordenada de términos.

**Serie Aritmética:** serie cuyos términos forman una progresión aritmética.

**Serie Convergente:** serie que tiene un límite definido.

**Serie Divergente:** serie que no tiene un límite definido.

**Serie geométrica:** serie cuyos términos forman una progresión geométrica.

**Sexagesimal:** que tiene por base el número 60.

**Sexagésimo:** cada una de las 60 partes iguales en que se puede dividir un todo.

**Sexto:** cada una de las seis partes iguales en que se puede dividir un todo.

**Sextuplo:** seis veces una cantidad.

**Siglo:** período de tiempo correspondiente a cien años.

**Sigma:** letra griega correspondiente a nuestra S, la mayúscula ( $\Sigma$ ) se utiliza para denotar una sumatoria y la minúscula ( $\sigma$ ) se utiliza como variable de una desviación estándar.

**Símbolo:** representación convencional de un número, cantidad, relación, operación, etc.

**Simetría:** cuando un polígono se puede doblar resultando dos mitades exactamente iguales, el polígono tiene simetría. La línea de doblar se llama línea de simetría.

**Simetría Axial:** es la simetría con respecto a un eje o recta.

**Simetría Radial:** simetría con respecto al centro de un círculo.

**Simplificar:** es transformar una fracción en otra equivalente cuyos términos son menores que la fracción original.

**Sistema de Numeración:** conjunto de normas que se utilizan para escribir y expresar cualquier número.

**Sucesión:** conjunto de números dispuestos en un orden definido y que siguen una determinada ley de formación.

**Sucesiones convergentes:** son las que tienen límite.

**Sucesos Independientes:** dos sucesos son independientes si el resultado de uno no afecta el resultado del otro.

**Sumatoria:** proceso consecutivo de sumas. Generalmente se escribe así  $\sum x$ , pero con sus indicadores se escribe así:  $\sum_{i=1}^n x_n = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ . Pueden

existir dobles sumatorias en cuyo caso se usan generalmente  $i$  y  $j$  como subscritos,

Ejemplo:  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij}$  donde  $x_{ij}$  es un elemento de una matriz.

**Tangente:** recta que interseca a la circunferencia en un solo punto, llamado punto de tangencia. Es perpendicular al radio que pasa por ese punto.

**Teorema de Pitágoras:** en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud del lado más largo (la hipotenusa) es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los demás lados (los catetos).  $c^2 = a^2 + b^2$ .

**Término Algebraico:** expresiones que contiene números y variables (letras).

**Términos Semejantes:** parte literal en forma idéntica.

**Teselado:** un patrón de formas repetidas que cubre un plano entero sin espacios ni traslapes.

**Transversal:** recta que interseca a otras dos rectas coplanarias en dos puntos diferentes. En otros textos se refieren a esta como secante.

**Trapecios:** cuadrilátero irregular que tiene paralelos solamente dos de sus lados.

**Trapezio isósceles:** cuadrilátero con dos lados paralelos y con los otros no paralelos congruentes. Tiene dos pares de ángulos congruentes y dos pares de ángulos suplementarios. .

**Trapezoides:** cuadrilátero irregular que no tiene ningún lado paralelo a otro.

**Triángulo Acutángulo:** triángulo que tiene sus tres ángulos agudos.

**Triángulos Semejantes:** dos triángulos son semejantes si tienen sus ángulos correspondientes congruentes y lados correspondientes proporcionales.

**Trinomio:** expresión algebraica de tres términos.

**Valor Absoluto:** valor positivo de una cifra, independiente del lugar que ocupe o del signo que vaya precedida. Existe también, el **opuesto del valor absoluto**, en cuyo caso es un valor siempre negativo.

**Valor Relativo:** valor que depende de la posición que dicha cifra ocupa en el número.

**Variable:** un símbolo, usualmente una letra, que representa un número.

# **GLOSARIO BÁSICO PEDAGÓGICO**

## GLOSARIO PEDAGÓGICO BÁSICO

**Actitud:** Actitud es una predisposición que tiene el individuo para hacer algo. Los componentes básicos de una actitud son tres: cognitivos, afectivos y de comportamiento o conducta. Un conjunto de actitudes constituyen un valor. Las actitudes se desarrollan en el aula por técnicas metodológicas y conductas prácticas.

**Actividad:** Cada una de las experiencias educativas a las que el estudiante será expuesto para lograr los objetivos de la lección ofrecida.

**Aprendizaje auténtico:** Se refiere al aprendizaje significativo en el cual el(la) estudiante es responsable de su tarea y el(la) maestro(a) es un(a) colaborador(a) en vez de un mero transmisor del conocimiento. El alumno percibe y organiza sus experiencias de acuerdo a sus capacidades, valores e intereses como el agente activo responsable de su aprendizaje.

**Aprendizaje constructivo:** Significa que el alumno como aprendiz es constructor y la causa principal de su aprendizaje. Afecta a los métodos y formas de hacer en el salón de clase. Le surge el conflicto cognitivo al contraponer los nuevos conceptos con los conceptos y experiencias que el alumno posee. Es el aprendizaje por descubrimiento.

**Aprendizaje significativo:** Significa que el aprendiz sólo aprende cuando encuentra sentido a lo que aprende. Condiciones para que lleve a cabo un aprendizaje significativo: (1) partir de los conceptos previos que el alumno posee, (2) partir de las experiencias que el alumno tiene y (3) relacionar adecuadamente entre sí los conceptos aprendidos.

**Assessment:** Proceso mediante el cual se recopila información a través de diversas actividades en la sala de clase con el propósito de dar seguimiento al aprendizaje y así poder mantener niveles óptimos de calidad durante el proceso de aprendizaje y enseñanza. Existen una gran variedad de técnicas de assessment documentadas tales como: el diario reflexivo, la lista focalizada, organizadores gráficos, mapas de conceptos, poemas concretos, poemas syntu y cinquain, tirilla cómica o caricaturas, respuesta escrita inmediata, portafolios, preguntas abiertas, la observación, dinámicas de grupo, debates, trabajos de creación y pruebas de ejecución. Las hojas de cotejo y las rúbricas son instrumentos que se utilizan para evaluar los trabajos realizados. El assessment y la medición establecen la base de la evaluación.

**Capacidad:** Habilidad general que utiliza o puede utilizar un aprendiz para aprender, cuyo componente fundamental es cognitivo. Conjunto de destrezas, las cuales pueden clasificar en: cognitivas, psicomotoras, de comunicación y de inserción social.

**Competencias:** La totalidad de los conocimientos, destrezas y actitudes que pueda demostrar una persona a un nivel requerido en una determinada área o materia de estudio.

**Concepto:** Los conceptos, así como los esquemas y las reglas forman parte de la estructura cognoscitiva del ser humano. Son ideas generalizadas de experiencias particulares y relevantes al individuo. También se describen como regularidades en eventos u objetos designados por algún símbolo o signo; visión individual o mental de algo.

**Constructivismo:** Es la teoría basada en el enfoque cognitivo que concibe el aprendizaje como un proceso que resulta de una interacción con el medio ambiente o circunstancias en la cual la persona asimila nuevas experiencias y las integra a sus experiencias previas. La persona percibe y organiza sus experiencias de acuerdo a sus capacidades, valores e intereses como el agente activo responsable de su aprendizaje.

**Contenido:** Está representado por los temas y conceptos por unidad de estudio. Los contenidos curriculares deben estar orientados al desarrollo de conocimientos, destrezas y actitudes por nivel en los alumnos. Cada uno de los marcos curriculares de los programas contiene el contenido del curso. Con esta guía cada maestro puede atemperar dicho contenido a las necesidades particulares de sus estudiantes y así lograr un aprendizaje auténtico y por ende significativo.

**Criterios:** Son los indicadores a partir de los cuales basamos tanto la medición como el “assessment” para realizar la evaluación. Son los requisitos necesarios para llevar a cabo unas tareas que, como puntos de referencia más específicos, nos sirven para darles más precisión y así poder cualificar y cuantificar las ejecutorias de los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

**Currículo:** Programa de estudio que orientado en unos fundamentos filosóficos, sociológicos y psicológicos, organiza el contenido o material en forma sistemática para facilitar unas experiencias de enseñanza y aprendizaje hacia el logro de unas metas u objetivos.

**Destreza de aprendizaje:** Habilidad específica que utiliza o puede utilizar un aprendiz para aprender, cuyo componente fundamental es cognitivo. Un conjunto de destrezas constituyen una capacidad.

**Diseño curricular:** Es una descripción gráfica que en forma delineada y bosquejada, presenta los diferentes componentes y elementos de un programa educativo. Los componentes del currículo son: la filosofía educativa, las metas y objetivos, el contenido del curso, actividades de enseñanza y aprendizaje, recursos a utilizarse y la evaluación.

**Estándares:** indicadores de calidad que, como puntos de referencia, se utilizan para valorar y juzgar las ejecutorias de los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

**Estrategias instruccionales:** son todas aquellas técnicas y métodos de enseñanza que selecciona el maestro para exponer a los estudiantes con la intención de que reciba, Internalice, modifique y evalúe las experiencias de aprendizaje a las cuales se confronta. Las estrategias contestan la pregunta: ¿cómo lo voy hacer?

**Expectativa:** un enunciado que describe lo que se pretende que los estudiantes sean capaces de hacer al finalizar cada año escolar.

**Evaluación:** es un proceso sistemático y continuo que integra todas las experiencias de enseñanza y aprendizaje para determinar el nivel o grado de efectividad en que los alumnos alcanzan los objetivos propuestos en un programa educativo. La evaluación hace uso de la medición y del “assessment” para llevar a cabo su función.

#### **Evaluación Diagnóstica**

- Se lleva a cabo al **inicio de un curso** y usualmente se realiza mediante la administración de una o más pruebas
- Su propósito es determinar fortalezas y debilidades de los estudiantes y así poder ubicarlos por niveles

Al interpretar los resultados los maestros podrán determinar si los estudiantes están preparados para las destrezas del grado o si tiene que re-enseñar

#### **Evaluación Formativa**

- Se lleva a cabo **durante el curso** con el propósito de dar seguimiento a la labor académica de los estudiantes y así poder determinar los logros alcanzados durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Para lograr este tipo de evaluación se deben utilizar todos los medios y actividades tales: pruebas parciales, proyectos, informes escritos y orales, asignaciones y de “assessment”, entre otras.

#### **Evaluación Sumativa**

- Se da **al finalizar el curso** ya que es la suma total de los resultados obtenidos a través de todos los medios y actividades de evaluación llevados a cabo durante el curso
- No es la prueba o examen final
- Si el maestro da una prueba final o comprensiva, ésta viene a ser parte de la evaluación sumativa
- Con la evaluación sumativa se determina la nota o calificación final del estudiantes

- Los resultados de la evaluación sumativa se utilizan con fines administrativos para justificar propuestas y como fuente de información para demostrar la calidad del aprendizaje en competencias nacionales e internacionales.

**Indicador (objetivo) de ejecución:** Una aseveración que describe los resultados deseados. Constituye el próximo nivel de efectividad luego de las expectativas de grado.

**Integración de la tecnología:** Estrategia de enseñanza en la cual se utilizan diferentes medios audiovisuales (Ejemplos: cine, radio, televisión, cámaras, vídeo y la computadora) como herramientas para fortalecer el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

**Investigación en acción:** Representa un proceso de autorreflexión e indagación sistemática del maestro sobre su propia práctica, con el propósito de establecer un plan de acción para mejorarla, en función del escenario mismo donde ejerce. Es un aspecto esencial en la importante tarea de adecuar el currículo a la realidad y necesidad de los estudiantes. De esta manera, el salón de clases constituye el principal campo de investigación, donde los maestros(a) pueden formular y comprobar sus hipótesis curriculares conjuntamente con sus estudiantes.

**Lección:** Es la clase que se planifica diariamente. Debe estar planificada en todas sus partes, de manera que se puedan lograr los objetivos establecidos. Un modelo genérico de planificación de una lección o clase debe contener las siguientes partes: Fecha, Curso, Maestro(a), Unidad, Tema, Conceptos, Estándares, Objetivos Instruccionales, Actividades (inicio, desarrollo y cierre), Estrategias educativas, Técnicas, Recursos, Evaluación

**Mapa conceptual:** El mapa conceptual es un recurso esquemático, usado para representar un conjunto de conceptos y sus relaciones, de una manera gráfica que facilita la organización y la comunicación. Se puede utilizar para representar la comprensión del estudiante sobre un contenido curricular específico. La relación entre los conceptos se establece mediante el uso de palabras conectoras.

**Mapa curricular:** Un mapa curricular es un manuscrito en el cual se cuenta la historia del currículo operacional. Con este mapa en mano los(las) maestros(as) u otro personal se convierten en editores al revisarlo y validarlo a la luz del contexto real de un escenario particular.

**Medición:** Es el proceso mediante el cual se asignan números a los atributos o características de objetos o eventos de acuerdo a unos criterios o indicadores claramente establecidos. La medición sirve de base o fundamento tanto del “assessment” como de la evaluación.

**Método:** Es el modo ordenado de proceder para lograr el aprendizaje de los estudiantes. Cada área académica tiene su propia metodología, la cual está descrita en los marcos curriculares de cada programa de estudio del DE.

**Objetivos instruccionales:** Aseveración que expresa la intención o propósito que se persigue a través de las actividades de enseñanza que lleva a cabo el(la) maestro(a).

**Los objetivos contestan la pregunta: ¿qué se espera que el estudiante logre?**

- Se les llama objetivos operacionales cuando especifican la ejecución o comportamiento que los estudiantes han de demostrar como resultado del proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Dentro de los objetivos instruccionales podemos encontrar dos tipos de objetivos. Los terminales y los capacitantes; el alcanzar un objetivo terminal dependerá siempre del logro de los objetivos capacitantes.
- El objetivo terminal es el que describe en términos observables, los comportamientos totales identificados en los propósitos o las metas del tópico bajo estudio. Conocidos como generales.

Los **objetivos capacitantes** son los que permiten el logro de los objetivos terminales, ya que describen conductas específicas o pasos a realizarse para alcanzar lograr los objetivos terminales. Conocidos como específicos.

**Proceso:** Es el camino para desarrollar una destreza. Un conjunto de procesos constituye una estrategia de aprendizaje. Es un componente dinámico y activo. Los procesos de enseñanza son particulares de cada materia de estudio. En el caso de ciencias los procesos son: observación, clasificación, comunicación, medición, uso de relaciones de espacio y tiempo, formulación de inferencias, predicción, interpretación de datos, formulación de definiciones operacionales, formulación de hipótesis, formulación de modelos y experimentación.

**Proceso de enseñanza y aprendizaje:** Es el proceso en el cual se consideran todas aquellas estrategias necesarias para lograr el aprendizaje del estudiante. En este proceso se considera la manera como el estudiante aprende, de manera que el maestro pueda seleccionar las estrategias más efectivas para lograr un aprendizaje auténtico.

**Recursos:** Conjunto de todos los medios que el (la) maestro(a) tenga disponible y planifique utilizar para llevar a cabo el proceso de enseñanza. Aquí se incluyen medios educativos como: libro, papel, marcadores, cartulinas, películas, CD, uso

de procesador de palabras, opúsculos, *power point*, *software* e invitados especiales (conferenciantes). Equipos como: proyector con VCR o DVD, computadora, impresora, pizarra, calculadoras, proyector vertical o vídeo data, entre otros.

**Técnicas instruccionales:** Instrumento específico utilizado para enseñar la lección y así lograr los objetivos capacitantes. Algunas técnicas de “assessment” que a su vez son excelentes para explorar, conceptuar y evaluar el aprendizaje de los estudiantes son: Lista focalizada, Organizadores Gráficos, Mapas de conceptos, Poemas concretos, Tirillas cómicas

# **SÍMBOLOS MATEMÁTICOS**

## SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$+$	Adición
$h$	Altura
$\sphericalangle$	Ángulo
$F(x)$	Antiderivada de $f(x)$
$A$	Área
$l$	Arista, lado
$b$	Base
$r$	Coefficiente de correlación lineal
$C$	Combinación
$\sim A, \bar{A}$	Complemento de $A$
$\circ$	Composición de funciones
$\mathbb{C}$	Conjunto de números complejos
$\mathbb{Z}$	Conjunto de números enteros
$\mathbb{Z}^-$	Conjunto de números enteros negativos
$\mathbb{Z}^+$	Conjunto de números enteros positivos
$\mathbb{N}$	Conjunto de números naturales
$\mathbb{Q}$	Conjunto de números racionales
$\mathbb{R}$	Conjunto de números reales
$\emptyset$	Conjunto vacío
$k$	Constante
$\cos x$	Coseno
$\cot x$	Cotangente
$f', \frac{d}{dx}$	Derivada, respecto a $x$
$s$	Desviación estándar
$DM$	Desviación media
$det$	Determinante
$dx$	Diferencial de $x$
$d$	Distancia
$\neq$	Distinto
$Dom$	Dominio
$a_{ij}$	Elemento de una matriz
$\exists$	Existe
$!$	Factorial

$=$	Igual
$\rightarrow$	Implica
$\infty$	Infinito
$\int f(x)$	Integral, de $f(x)$
$\cap$	Intersección
$\lim_{x \rightarrow a}$	Límite cuando $x$ tiende de $a$ a
$\lim_{x \rightarrow a^+}$	Límite cuando $x$ tiende de $a$ a por la derecha
$\lim_{x \rightarrow a^-}$	Límite cuando $x$ tiende de $a$ a por la izquierda
$\log_{10}$	Logaritmo base 10
$\ln$	Logaritmo natural
$\pm$	Más ' menos
$A^{-1}$	Matriz inversa
$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$	Matriz 2 x 2
$Adj(A)$	Matriz Adjunta
$A^T$	Matriz Traspuesta
$I_n$	Matriz unidad
$MCD$	Máximo común divisor
$\geq$	Mayor o igual ...
$>$	Mayor que...
$\bar{x}$	Media aritmética
$M_g$	Mediana
$\leq$	Menor o igual que...
$<$	Menor que...
$mcm$	Mínimo común múltiplo
$M_o$	Moda
$\ z\ , \ \vec{v}\ $	Módulo
$\times$	Multiplicación ó producto
$n$	$n$ -ésimo
$\nexists$	No existe
$\not\subset$	No incluido en...
$\notin$	No pertenece a ...
$e$	Número $e$
$\pi$	Número $\pi$

$f(x)$	Función
$f^{-1}(x)$	Función inversa
$\equiv$	Idéntico
$P$	Permutaciones
$P(x)$	Polinomio en x
$P$	Probabilidad del suceso A
$P(A B)$	Probabilidad condicionada
$P(x, y, z)$	Punto en el espacio
$P(x, y)$	Punto en el plano
$\sqrt{x}$	Raíz Cuadrada
$\sqrt[n]{x}$	Raíz enésima
$\overline{AB}$	Rayo
$\overline{AB}$	Recta
-	Resta
$\sec(x)$	Secante
$\overline{AB}$	Segmento
$\sin(x)$	Seno
$\Leftrightarrow$	Si y sólo si
+	Suma
$S_n$	Suma de n términos
$\Sigma$	Sumatoria
$S$	Superficie
$S_b$	Superficie de la base
$S_l$	Superficie lateral
$\tan(x)$	Tangente
%	Tanto por ciento
$a_n$	Término n-ésimo
$i$	Unidad imaginaria
$\cup$	Unión de conjuntos
$ x $	Valor absoluto
$VR$	Variaciones
$\vec{v}$	Vector
$V$	Volumen

$\forall$	Para cualquier
$\parallel$	Paralela a
$m$	Pendiente
$A \alpha$	Alpha
$B \beta$	Beta
$\Gamma \gamma$	Gama
$\Delta \delta$	Delta
$E \epsilon$	Epsilon
$Z \zeta$	Zeta
$H \eta$	Eta
$\Theta \theta$	Theta
$I \iota$	Oita
$K \kappa$	Kappa
$\Lambda \lambda$	Lambda
$M \mu$	Mu
$N \nu$	Nu
$\Xi \xi$	Xi
$O \omicron$	Omicron
$\Pi \pi$	Pi
$P \rho$	Rho
$\Sigma \sigma \varsigma$	Sigma
$T \tau$	Tau
$Y \upsilon$	Upsilon
$\Phi \phi$	Phi
$\chi \chi$	Chi
$\Psi \psi$	Psi
$\Omega \omega$	Omega
$\approx$	semejante
$\cong$	congruente

## FÓRMULAS

## Formulario

- BINOMIO DE NEWTON**

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + \binom{n}{n} b^n$$

Forma abreviada del Binomio de Newton

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^{n-k} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$(x + y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

$$(x - y)^4 = x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$$

$$(x + y)^n = x^n + nx^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{2!} x^{n-2}y^2 + \dots + nxy^{n-1} + y^n$$

$$(x - y)^n = x^n - nx^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{2!} x^{n-2}y^2 - \dots \pm nxy^{n-1} \mp y^n$$

- COMBINATORIA**

**Combinatoria con repetición**

**Combinatorias ordinarias  
o sin repetición**

$$CR_{m,n} = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}$$

$$C_{m,n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

**Permutaciones con repetición**

**Permutaciones ordinarias  
o sin repetición**

$$PR_n^{a,b,c,\dots} = \frac{n!}{a!b!c!}$$

$$P_n = n!$$

### Variaciones con repetición

### Permutaciones ordinarias o sin repetición

$$VR_{m,n} = m^n$$

$$V_{m,n} = \frac{m!}{(m-n)!}$$

## • COMPLEJOS

Número complejo en forma rectangular:  $a + bi$ , donde  $i = \sqrt{-1}$

Número complejo en forma polar:  $r_\alpha$ ,  $(r, \alpha)$

Conjugado de un número complejo:  $a + bi \rightarrow a - bi$

Opuesto de un número complejo:  $a + bi \rightarrow -a - bi$

### Operaciones en forma rectangular

Suma:  $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$

Diferencia:  $(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$

Producto:  $(a + bi)(c + di) = ac + adi + cbi + bdi^2 = ac + adi + cbi - bd$   
 $= (ac - bd) + (ad + cb)i$ , donde  $i^2 = -1$

Potencia:  $(a + bi)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k i^k$   
 $= (a + b)(a + b) \cdots (a + b)$ , no veces

### Operaciones en forma polar

División:  $\frac{r_\alpha}{p_\beta} = R_\gamma$ , donde  $R = \frac{r}{p}$ , y  $\gamma = \beta - \alpha$

Potencia:  $(r_\alpha)^n = R$ , donde  $R = r^n$  y  $\gamma = n\alpha$

Producto:  $r_\alpha p_\beta = R$ , donde  $R = rp$  y  $\gamma = \alpha + \beta$

### Transformación de un número complejo

Forma rectangular a forma polar	Forma polar a forma rectangular	
Módulo: $m = \sqrt{a^2 + b^2}$	Parte real: $a = r \cos \alpha$	
Argumento: $\tan \alpha = \frac{b}{a}$	Parte imaginaria: $b = r \sin \alpha$	

## • CÓNICAS

Elipse:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ;  $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$

Hipérbola:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ;  $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$

Circunferencia:

Ecuación general:  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

Ecuación canónica:  $x^2 + y^2 = R^2$

Ecuación con centro  $C(a, b)$  y radio  $R$ ,  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

• **CUADRÁTICA**

Las soluciones de  $p(x) = ax^2 + bx + c$ , para  $a \neq 0$ , es  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Si  $b^2 - 4ac > 0$ , entonces  $p(x)$  tiene dos soluciones reales diferentes.

Si  $b^2 - 4ac = 0$ , entonces  $p(x)$  tiene una solución única.

Si  $b^2 - 4ac < 0$ , entonces  $p(x)$  tiene dos soluciones complejas, no reales.

• **DERIVADAS**

Función	Derivada
$y = f(x)$	$y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
$y = a$ , a es una constante	$y' = 0$
$y = \sqrt[n]{f}$	$y' = \frac{f'}{n \cdot \sqrt[n]{f}^{n-1}}$
$y = f \cdot g$	$y' = f' \cdot g + g' \cdot f$
$y = \frac{f}{g}$	$y' = \frac{f' \cdot g - g' \cdot f}{g^2}$
$y = a \cdot x^n$	$y' = n \cdot a \cdot x^{n-1}$
$y = (f)^n$	$y' = n \cdot (f)^{n-1} \cdot f'$
$y = \ln(x)$	$y' = \frac{1}{x}$
$y = \ln(f)$	$y' = \frac{f'}{f}$
$y = \log_a(x)$	$y' = \frac{1}{x} \cdot \log_a(e)$
$y = \log_a(f)$	$y' = \frac{f'}{f} \cdot \log_a(e)$
$y = a^x$	$y' = a^x \cdot \ln(a)$
$y = a^f$	$y' = f' \cdot a^f \cdot \ln(a)$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = e^f$	$y' = f' \cdot e^f$
$y = \text{sen } x$	$y' = \text{cos } x$
$y = \text{sen}(f)$	$y' = f' \cdot \text{cos}(f)$

<b>Función</b>	<b>Derivada</b>
$y = \text{sen}^n(f)$	$y' = n \cdot \text{sen}^{n-1}(f) \cdot f' \cdot \cos(f)$
$y = \cos x$	$y' = -\text{sen}x$
$y = \cos(f)$	$y' = -f' \cdot \text{sen}(f)$
$y = \cos^n(f)$	$y' = -n \cdot \cos^{n-1}(f) \cdot f' \cdot \text{sen}(f)$
$y = \tan x$	$y' = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \text{tg}^2 x$
$y = \tan(f)$	$y' = f' \sec^2 f = \frac{f'}{\cos^2(f)} = f' \cdot [1 + \text{tg}^2(f)]$
$y = \tan^n(f)$	$y' = n \cdot \text{tg}^{n-1}(f) \cdot \frac{f'}{\cos^2(f)}$
$y = \cot gx$	$y' = \frac{-1}{\text{sen}^2 x} = -(1 + \cot^2 x)$
$y = \cot g(f)$	$y' = \frac{-f'}{\text{sen}^2(f)}$
$y = \cot g^n(f)$	$y' = -n \cdot \cot g^{n-1}(f) \cdot \frac{f'}{\text{sen}^2(f)}$
$y = \sec x$	$y' = \sec x \cdot \text{tg}x$
$y = \sec(f)$	$y' = f' \cdot \sec(f) \cdot \text{tg}(f)$
$y = \csc x$	$y' = -\csc x \cdot \cot gx$
$y = \csc(f)$	$y' = -f' \cdot \csc(f) \cdot \cot g(f)$
$y = \arcsen x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = \arcsen(f)$	$y' = \frac{f'}{\sqrt{1-(f)^2}}$
$y = \arccos x$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = \arccos(f)$	$y' = \frac{-f'}{\sqrt{1-(f)^2}}$
$y = \arctan x$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$
$y = \arctan(f)$	$y' = \frac{f'}{1+(f)^2}$
$y = \text{arccot} gx$	$y' = \frac{-1}{1+x^2}$
$y = \text{arccot} g(f)$	$y' = \frac{-f'}{1+(f)^2}$
$y = \text{arc sec} x$	$y' = \frac{1}{ x  \cdot \sqrt{x^2 - 1}}$

<b>Función</b>	<b>Derivada</b>
$y = \operatorname{arcsec}(f)$	$y' = \frac{f'}{ f  \cdot \sqrt{(f)^2 - 1}}$
$y = \operatorname{arccsc} x$	$y' = \frac{-1}{ x  \cdot \sqrt{x^2 - 1}}$
$y = \operatorname{arccsc}(f)$	$y' = \frac{-f'}{ f  \cdot \sqrt{(f)^2 - 1}}$

- **ESTADÍSTICA**

### Estadística unidimensional

#### Medidas de tendencia central

Media aritmética:  $\bar{x} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_n n_n}{n_1 + n_2 + \dots + n_n} = \frac{\sum x_i n_i}{N}$   
 $\bar{x} = \sum x_i f$

Mediana:  $M_g = L_i + c \frac{\frac{N}{2} - N_{i-1}}{n_i}$

Moda:  $M_o = L_i + c \frac{d}{d^- + d^+}$

#### Medidas de dispersión

Rango:  $V_M - V_m$ , donde  $V_M$  es el valor mayor y  $V_m$  es el valor menor

Desviación media:  $DM = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| n_i}{N}$

Varianza:  $s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}$  o  $s^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - (\bar{x})^2$

Desviación estándar:  $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}}$  o  $s = \sqrt{\frac{\sum n_i x_i^2}{N} - (\bar{x})^2}$

Coefficiente de variación de Pearson:  $CV = \frac{s}{\bar{x}} 100$

### Estadística bidimensional

Coefficiente de correlación:  $r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$

Covarianza:  $s_{xy} = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N}$  o  $s_{xy} = \frac{\sum n_i x_i y_i}{N} - \bar{x} \bar{y}$

Recta de regresión:  $y - \bar{y} = a(x - \bar{x})$ , donde  $a = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$

**Distribución binomial**

Función densidad:  $f(x) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

Función de distribución:  $F(k) = \sum_{k=0}^k \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

**Distribución normal**

Función de densidad:  $f(x_i) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\bar{x}}{s}\right)^2}$

Tipificación:  $N(\bar{x}, s) \rightarrow N(1, 0): Z = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$

Intervalos normales:

$[\bar{x} - s, \bar{x} + s] \rightarrow p = 0.682$

$[\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s] \rightarrow p = 0.954$

$[\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s] \rightarrow p = 0.997$

• **FIGURAS DEL PLANO**

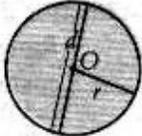
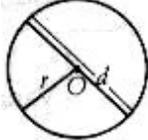
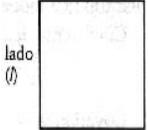
Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
círculo	Área o superficie plana contenida dentro de una circunferencia.	Diámetro: $d = 2r$ Perímetro: $P = 2\pi r$ Área: $A = \pi r^2$	
circunferencia	Curva plana, cerrada, cuyos puntos son equidistantes de otro, el centro, situado en el mismo plano.	Diámetro: $d = 2r$ Longitud: $L = 2\pi r$	
corona circular	Figura plana formada por la región del plano comprendida entre dos circunferencias concéntricas	Área: $A = \pi(R^2 - r^2)$	
cuadrado	Cuadrilátero regular formada por cuatro lados de igual longitud y por cuatro ángulos rectos.	Angulo central: $\beta = 90^\circ$ Angulo interior: $\alpha = 90^\circ$ Perímetro: $P = 4l$ Área: $A = l^2$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 360^\circ$	

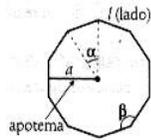
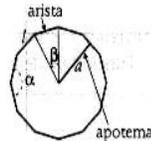
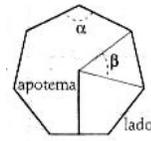
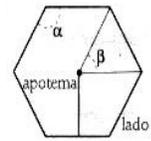
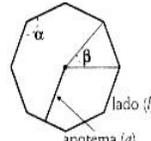
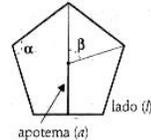
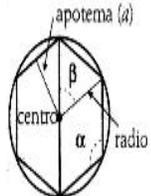
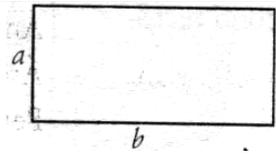
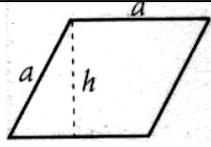
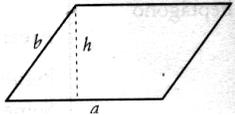
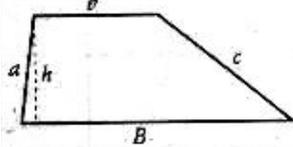
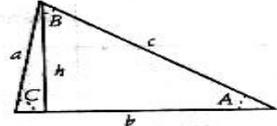
Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
decágono	Polígono que tiene diez lados y diez ángulos	Ángulo central: $\beta = 36^\circ$ Ángulo interior: $\alpha = 144^\circ$ Perímetro: $P = 5al$ Área: $A = 10l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 1440^\circ$	
dodecágono	Polígono que tiene doce ángulos y doce lados	Ángulo central: $\beta = 30^\circ$ Ángulo interior: $\alpha = 150^\circ$ Perímetro: $P = 6al$ Área: $A = 12l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 1800^\circ$	
heptágono	Polígono de siete ángulos y siete lados.	Ángulo central: $\beta = \frac{360^\circ}{7} = 51.43^\circ$ Ángulo interior: $\alpha = \frac{900^\circ}{7} = 128.57^\circ$ Perímetro: $P = \frac{7al}{2}$ Área: $A = 7l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 900^\circ$	
hexágono	Polígono de seis ángulos y seis lados	Ángulo central: $\beta = 60^\circ$ Ángulo interior: $\alpha = 120^\circ$ Perímetro: $P = 3al$ Área: $A = 6l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 720^\circ$	
octágono	Polígono de ocho ángulos y ocho lados	Ángulo central: $\beta = 45^\circ$ Ángulo interior: $\alpha = 135^\circ$ Perímetro: $P = 4al$ Área: $A = 8l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 1080^\circ$	
Pentágono	Polígono de cinco ángulos y cinco lados.	Ángulo central: $\beta = 72^\circ$ Ángulo interior: $\alpha = 108^\circ$ Perímetro: $P = \frac{5al}{2}$ Área: $A = 5l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 540^\circ$	
Polígono regular	Polígono cuyos ángulos y lados tienen la misma medida	Ángulo central: $\beta = \frac{360^\circ}{n} = 51.43^\circ$ Ángulo interior: $\alpha = \frac{180(n-2)^\circ}{n}$ Perímetro: $P = nl$ Radio: $r = \sqrt{a^2 + \frac{l^2}{4}}$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 180^\circ(n - 2)$	

Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
Rectángulo	Que tiene ángulos rectos.  Paralelogramo que tiene los cuatro ángulos rectos.	Perímetro: $P = 2(a + b)$ Área: $A = ab$	
Rombo	Paralelogramo que tiene los lados iguales y dos de sus ángulos mayores que los otros dos.	Perímetro: $P = 4a$ Área: $A = ah$	
Romboide	Cuadrilátero en el que los lados opuestos son paralelos entre si.	Perímetro: $P = 2(a + b)$ Área: $A = ab$	
Sector circular	Porción de círculo comprendida entre un arco y los dos radios que pasan por sus extremidades.	Área: $A = \frac{\pi r^2 \alpha}{360}$ (a es grados) $A = \frac{\alpha r^2}{2}$ (α en radianes)	
Trapezio	Cuadrilátero irregular que tiene paralelos solamente dos de sus lados.	Perímetro: $P = a + B + b + c$ Área: $A = \frac{(B+b)h}{2}$	
triángulo	Polígono de tres lados.	Perímetro: $P = a + b + c$ Área: $A = \frac{bh}{2}$ $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $A = \frac{1}{2} absenC$	

• FIGURAS DEL ESPACIO

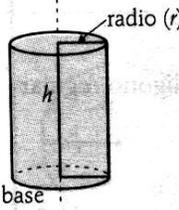
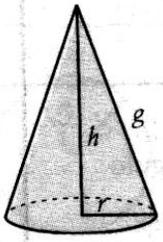
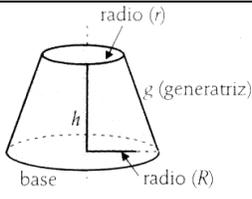
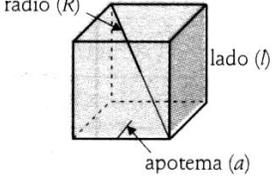
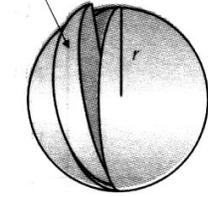
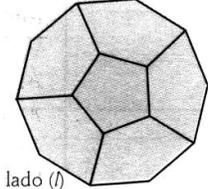
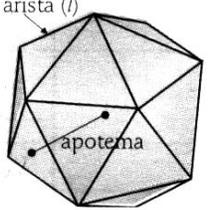
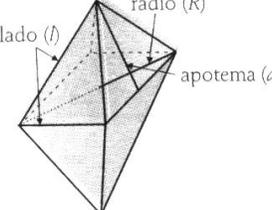
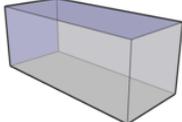
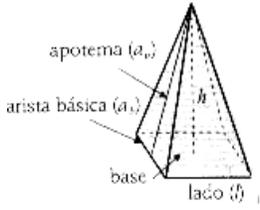
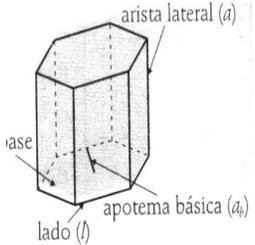
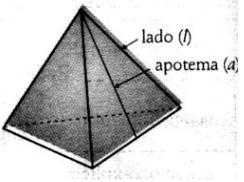
Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
Cilindro	Cuerpo limitado por una superficie cilíndrica cerrada y dos planos que la cortan.	<p>Área lateral:  <math>A_l = 2\pi rh</math></p> <p>Área de base:  <math>A_b = \pi r^2</math></p> <p>Área total:  <math>A_t = 2\pi r(h + r)</math></p> <p>Volumen:  <math>V = \pi r^2 h</math></p>	
cono recto	Cuerpo de revolución que se obtiene de la rotación de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos (el que determina el eje).	<p>Área lateral:  <math>A_l = \pi rg</math></p> <p>Área de base:  <math>A_b = \pi r^2</math></p> <p>Área total:  <math>A_t = \pi rg + \pi r^2</math>  <math>A_t = \pi r(g + r)</math></p> <p>Volumen:  <math>V = \frac{1}{3} \pi r^2 h</math></p>	

Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
cono truncado	Parte de un <b>cono</b> comprendida entre la base y otro plano que corta todas sus generatrices.	<p>Área lateral:  <math>A_l = \pi g(R + r)</math></p> <p>Área de base: <math>A_b = \pi R^2 + \pi r^2</math></p> <p>Área total:  <math>A_t = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2</math>  <math>A_t = \pi [g(R + r) + R^2]</math></p> <p>Volumen:  <math>V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + Rr + r^2)</math>  <math>V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + Rr + r^2)</math></p>	

cubo o hexaedro	Sólido regular limitado por seis cuadrados iguales.	Radio: $R = l \frac{\sqrt{3}}{2}$ Apotema: $a = \frac{l}{2}$ Área: $A = 6l^2$ Volumen: $V = l^3$	
Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
cuña esférica	Parte de un esfera limitada por su superficie y por dos semicírculos máximos que comparten el mismo diámetro.	Área: $A = \frac{4\pi r^2 \alpha}{360^\circ}$ si $\alpha$ en grados $A = 2r^2 \alpha$ si $\alpha$ en radianes Volumen: $V = \frac{\pi r^3 \alpha}{270^\circ}$ si $\alpha$ en grados $V = \frac{2r^3 \alpha}{3}$ si $\alpha$ en radianes	
dodecaedro	Sólido de doce caras. Aquel cuyas caras son pentágonos regulares.	Radio: $R = \frac{l\sqrt{6}}{2\sqrt{3-\sqrt{5}}}$ Apotema: $a = \frac{l\sqrt{25+11\sqrt{5}}}{\sqrt{40}}$ Área: $A = 3l^2 \sqrt{25 + \sqrt{10}\sqrt{5}}$ Volumen: $V = \frac{5l^3 \sqrt{7+3\sqrt{5}}}{6\sqrt{2}}$	
icosaedro	Sólido limitado por 20 caras. Aquel cuyas caras son todos triángulos equiláteros iguales.	Radio: $R = \frac{l\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$ Apotema: $a = \frac{l}{2} = \sqrt{\frac{7+3\sqrt{5}}{6}}$ Área: $A = 3l^2 \sqrt{25 + \sqrt{10}\sqrt{5}}$ Área: $V = 5l^2\sqrt{3}$ Volumen: $V = \frac{5l^3 \sqrt{7+3\sqrt{5}}}{6\sqrt{2}}$	
octaedro	Poliedro de ocho caras o planos.	Radio: $R = \frac{\sqrt{2}}{2} l$ Apotema: $a = \frac{\sqrt{6}}{6} l$ Área: $A = 2l\sqrt{3}$ Volumen: $V = \frac{\sqrt{2}}{3} l^3$	
ortoedro	Paralelepípedo cuyas caras forman ángulos diedros rectos.	Área: $A = 2(ab + bc + ac)$ Volumen: $V = abc$	

pirámide	Sólido que tiene por base un polígono cualquiera y cuyas caras, tantas en número como los lados de aquel, son triángulos que se juntan en un solo punto, llamado vértice.	<p>Área lateral: <math>A_l = n \frac{(a_p)l}{2}</math>, n es el numero de lados de la base</p> <p>Área total: <math>A_t = n \frac{(a_p+a_b)l}{2}</math></p> <p>Volumen: <math>V = \frac{1}{3} A_{base} h</math></p>	
Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
prisma	Cuerpo limitado por dos polígonos planos, paralelos e iguales que se llaman bases, y por tantos paralelogramos cuantos lados tenga cada base. Si estas son triángulos, el <b>prisma</b> se llama triangular; si pentágonos, pentagonal, etc.	<p>Área lateral: <math>A_l = nal</math>, n es el numero de lados de la base</p> <p>Área total: <math>A_t = nl(a + a_b)</math></p> <p>Volumen: <math>V = nla_b a</math></p>	
tetraedro	Sólido determinado por cuatro planos o caras. <b>regular</b> . Aquel cuyas caras son triángulos equiláteros.	<p>Radio: <math>R = \frac{l}{2\sqrt{3}}</math></p> <p>Apotema: <math>a = \frac{l}{2\sqrt{6}}</math></p> <p>Área: <math>A = a^2\sqrt{3}</math></p> <p>Volumen: <math>V = \frac{l^3\sqrt{2}}{12}</math></p>	

• **GEOMETRÍA ANALÍTICA**

Ángulo plano-plano	$\cos \alpha = \frac{ \vec{n}_\pi \cdot \vec{n}_\omega }{ \vec{n}_\pi  \cdot  \vec{n}_\omega }$
Ángulo recta-recta	$\tan \alpha = \frac{m'}{1 + m \cdot m'}$ $\cos \alpha = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{v} }{ \vec{u}  \cdot  \vec{v} }$
Ángulo vector-vector	$\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{ \vec{u}  \cdot  \vec{v} }$

Distancia punto-punto	$\text{dist}(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\text{dist}(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
Distancia punto-plano	$\text{dist}(P, \pi) = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$ $\text{dist}(P, \pi) = \frac{ ax_0 + by_0 + cz_0 + d }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$
Punto medio de un segmento	$M = \left( \frac{x_0 - x_1}{2}, \frac{y_0 - y_1}{2} \right)$ $\left( \frac{x_0 - x_1}{2}, \frac{y_0 - y_1}{2}, \frac{z_0 - z_1}{2} \right)$

<i>Ecuación de una recta en el espacio</i>	
<i>Ecuación continua</i>	$\frac{x - x_0}{v_x}, \frac{y - y_0}{v_y}, \frac{z - z_0}{v_z}$
<i>Ecuaciones paramétricas</i>	$x = x_0 + \lambda v_x$ $y = y_0 + \lambda v_y$ $z = z_0 + \lambda v_z$
<i>Ecuación vectorial</i>	$(x, y, z) = x_0 + y_0 + z_0 + \lambda(v_x, v_y, v_z)$

<i>Ecuación de una recta en el plano</i>	
<i>Ecuación canónica</i>	$\frac{x}{l} + \frac{y}{p} = 1$
<i>Ecuaciones continuas</i>	$\frac{x - x_0}{v_x} = \frac{y - y_0}{v_y}$
<i>Ecuación explícita</i>	$y = ax + b$
<i>Ecuación implícita</i>	$Ax + By + C = 0$
<i>Ecuaciones paramétricas</i>	$\begin{cases} x = x_0 + \lambda(x_1 - x_0) \\ y = y_0 + \lambda(y_1 - y_0) \end{cases}$ o $\begin{cases} x = x_0 + \lambda v_x \\ y = y_0 + \lambda v_y \end{cases}$
<i>Ecuación punto-pendiente</i>	$y - y_0 = m(x - x_0)$

Ecuación del plano (en el espacio)	
Ecuación implícita	$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0)$ $\begin{vmatrix} u_x & v_x & x - x_0 \\ u_y & v_y & y - y_0 \\ u_z & v_z & z - z_0 \end{vmatrix} = 0$
Ecuaciones paramétricas	$\begin{cases} x = x_0 + \lambda u_x + \mu v_x \\ y = y_0 + \lambda u_y + \mu v_y \\ z = z_0 + \lambda u_z + \mu v_z \end{cases}$

- INTEGRALES

$$\int a dx = a \int dx = ax + C.$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad \text{si } n \neq -1.$$

$$\int [f(x)]^n f'(x) dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + C, \quad \text{si } n \neq -1.$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln [f(x)] + C.$$

$$\int e^x dx = e^x + C.$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) dx = e^{f(x)} + C.$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + C, \quad \text{si } a > 0, \quad a \neq 1.$$

$$\int \text{sen } x dx = -\cos x + C.$$

$$\int \text{sen}[f(x)] f'(x) dx = -\cos [f(x)] + C.$$

$$\int \cos x dx = \text{sen } x + C.$$

$$\int \cos[f(x)] f'(x) dx = \text{sen}[f(x)] + C.$$

$$\int \frac{f'(x)}{\cos^2[f(x)]} dx = \tan[f(x)] + C.$$

$$\int \frac{f'(x)}{\text{sen}^2[f(x)]} dx = -\cot g[f(x)] + C.$$

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}} dx = \arcsin[f(x)] + C.$$

$$\int \frac{-f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}} dx = \arccos[f(x)] + C.$$

$$\int \frac{f'(x)}{1+[f(x)]^2} dx = \arctan[f(x)] + C.$$

$$\int \tan x dx = -\ln(\cos x) + C.$$

$$\int \cot x dx = \ln(\sin x) + C.$$

$$\int \sec^2 x dx = \tan x + C.$$

$$\int \csc^2 x dx = -\cot x + C.$$

$$\int \sec x \tan x dx = \sec x + C.$$

$$\int \operatorname{cosec} x \cot x dx = -\operatorname{cosec} x + C.$$

$$\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \sec x + C.$$

$$\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{cosec} x + C.$$

$$\int \frac{f'(x) dx}{\sqrt{[f(x)]^2 - a^2}} = \ln \left[ f(x) + \sqrt{[f(x)]^2 - a^2} \right] + C.$$

$$\int \frac{f'(x) dx}{\sqrt{[f(x)]^2 + a^2}} = \ln \left[ f(x) + \sqrt{[f(x)]^2 + a^2} \right] + C.$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}} = \operatorname{arcsec} x + C.$$

$$\int \frac{f'(x) dx}{f(x)\sqrt{[f(x)]^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{arcsec} \frac{f(x)}{a} + C.$$

$$\int \frac{-dx}{x\sqrt{x^2 - 1}} = \operatorname{arccosec} x + C.$$

- **LOGARITMOS**

$$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$$

$$\log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^r = r \log_a M$$

$$\log_a M = \frac{\log M}{\log a} = \frac{\ln M}{\ln a}$$

- **POTENCIAS**

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1, \text{ para } a \neq 0$$

- **PROBABILIDAD**

*Teorema de Laplace:*  $P = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$

*Probabilidad de la Intersección*

*Eventos independientes:*  $p(A_i \cap B) = p(A_i)p(B)$

*Eventos dependientes:*  $P(A \cap B) = p(A)p\left(\frac{B}{A}\right)$

*Probabilidad condicionada:*  $p\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$ , para  $P(A) \neq 0$

*Probabilidad de la unión:*

*Eventos incompatibles:*  $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

*Eventos compatibles:*  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

Probabilidad del evento contrario:  $q = 1 - p$ , si  $p$  y  $q$  son las probabilidades de los eventos contrarios.

$$\text{Probabilidad total: } P(B) = p(A_1)p\left(\frac{B}{A_1}\right) + p(A_2)p\left(\frac{B}{A_2}\right) + \dots + p(A_n)p\left(\frac{B}{A_n}\right)$$

$$\text{Teorema de Bayes: } p\left(\frac{A_i}{B}\right) = \frac{p(A_i) \cdot p\left(\frac{B}{A_i}\right)}{p(A_1)p\left(\frac{B}{A_1}\right) + \dots + p(A_n)p\left(\frac{B}{A_n}\right)}$$

- **RADICALES**

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^p = \sqrt[n]{a^{mp}}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

$$\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

- **SUCESIONES**

<i>Sucesión aritmética</i>
$a_n = a_1 + (n - 1)d$
$a_q = a_p + (q - p)d$
$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$
$d = \frac{b - a}{p + 1}$

<i>Sucesión aritmética</i>
$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
$a_q = a_p \cdot r^{q-p}$
$P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$
$S = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$ $S = a_1 \frac{r^n - 1}{r - 1}$
$r = \sqrt[p+1]{\frac{b}{a}}$
Sucesión geométrica limitada
$S = \frac{a_1}{1 - r}$

- **TRIGONOMETRÍA**

**Definiciones**

$$\sin \theta = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\csc \theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{opuesto}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\sec \theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{adyacente}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

$$\cot \theta = \frac{\text{adyacente}}{\text{opuesto}}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r}$$

$$\csc \theta = \frac{r}{y}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$\sec \theta = \frac{r}{x}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cot \theta = \frac{x}{y}$$

**Razones trigonométricas**

	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$	0

### **Identidades**

$$\sin \theta = \frac{1}{\csc x}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\tan x = \frac{1}{\cot x}$$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\cos x = \frac{1}{\sec x}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$1 + \cot^2 x = \csc^2 x$$

### **Doble ángulo**

$$\sin 2u = 2 \sin u \cos u$$

$$\cos 2u = \cos^2 u - \sin^2 u$$

$$\cos 2u = 2 \cos^2 u - 1$$

$$\cos 2u = 1 - 2 \sin^2 u$$

$$\tan 2u = \frac{2 \tan u}{1 - \tan^2 u}$$

### **Potencia**

$$\sin^2 u = \frac{1 - \cos 2u}{2}$$

$$\cos^2 u = \frac{1 + \cos 2u}{2}$$

$$\tan^2 u = \frac{1 - \cos 2u}{1 + \cos 2u}$$

### **Producto a suma**

$$\sin u \sin v = \frac{1}{2} [\cos(u - v) - \cos(u + v)]$$

$$\cos u \cos v = \frac{1}{2} [\cos(u - v) + \cos(u + v)]$$

$$\sin u \cos v = \frac{1}{2} [\sin(u + v) + \sin(u - v)]$$

$$\cos u \sin v = \frac{1}{2} [\sin(u + v) - \sin(u - v)]$$

### **Suma y Diferencia**

$$\sin(u \pm v) = \sin u \cos v \pm \cos u \sin v$$

$$\cos(u \pm v) = \cos u \cos v \mp \sin u \sin v$$

$$\tan(u \pm v) = \frac{\tan u \pm \tan v}{1 \mp \tan u \tan v}$$

### **Suma a producto**

$$\sin u + \sin v = 2 \sin\left(\frac{u + v}{2}\right) \cos\left(\frac{u - v}{2}\right)$$

$$\sin u - \sin v = 2 \cos\left(\frac{u + v}{2}\right) \sin\left(\frac{u - v}{2}\right)$$

$$\cos u + \cos v = 2 \cos\left(\frac{u + v}{2}\right) \cos\left(\frac{u - v}{2}\right)$$

$$\cos u - \cos v = -2 \sin\left(\frac{u + v}{2}\right) \sin\left(\frac{u - v}{2}\right)$$

### **Ley de Seno**

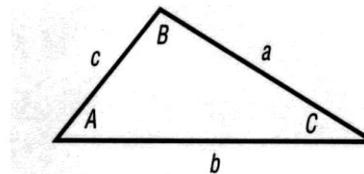
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

### **Ley de Coseno**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$



- **VECTORES**

Módulo:  $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

Argumento:  $\alpha = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$

**Operaciones**

Suma:  $\vec{u} + \vec{v} = (u_x, u_y) + (v_x, v_y) = (u_x + v_x, u_y + v_y)$

Resta:  $\vec{u} - \vec{v} = (u_x, u_y) - (v_x, v_y) = (u_x - v_x, u_y - v_y)$

Producto de un vector por un escalar:  $k \cdot \vec{v} = k \cdot (v_x, v_y) = (kv_x, kv_y)$

Producto escalar:  $\vec{u} \cdot \vec{v} = (u_x, u_y) \cdot (v_x, v_y) = (u_x \cdot v_x) + (u_y \cdot v_y)$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \alpha$$

Producto cruz:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}, \text{ donde } \vec{i}, \vec{j}, \vec{k} \text{ constituyen la base}$$

## **POSTULADOS, TEOREMAS Y COROLARIOS**

## Postulados, teoremas y corolarios

**Postulado 1: Postulado de la regla:** Los puntos de una recta cualquiera pueden aparearse con números reales de modo que dados dos puntos cualesquiera P y Q en la recta, P corresponde a cero y Q corresponde a un número positivo.

**Postulado 2: Postulado de la adición de segmentos:** Si Q está entre P y R, entonces

$$\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{PR}. \text{ Si } \overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{PR} \text{ . Entonces Q está entre P y R.}$$

**Postulado 3: Postulado del transportador:** Dado AB y un número r entre 0 y 180, hay exactamente un rayo con extremo A, extendiéndose sobre el lado AB, tal que la medida del ángulo formado es r.

**Postulado 4: Postulado de la adición de ángulos:** Si R está en el interior del  $\angle PQS$ , entonces  $m\angle PQR + m\angle RQS = m\angle PQS$ . Si  $m\angle PQR + m\angle RQS = m\angle PQS$ , entonces R está en el interior de  $\angle PQS$ .

**Teorema 1: Teorema del punto medio:** Si M es el punto medio de  $\overline{AB}$  entonces  $\overline{AM} = \overline{MB}$ .

**Postulado 4:** Por dos puntos pasa exactamente una recta.

**Postulado 5:** Por cualesquiera tres puntos que no están en la misma recta, hay exactamente un plano.

**Postulado 6:** Una recta contiene por lo menos dos puntos.

**Postulado 7:** Un plano contiene por lo menos tres puntos, no todos en la misma recta.

**Postulado 8:** Si dos puntos están en un plano, entonces la recta que los contiene también está en el plano.

**Postulado 9:** Si dos planos se intersecan, su intersección es una recta.

**Teorema 2:** La congruencia de segmentos es reflexiva, simétrica y transitiva.

**Teorema 3: Teorema del suplemento:** Si dos ángulos forman un par lineal, entonces son suplementarios.

**Teorema 4:** La congruencia de ángulos es reflexiva, simétrica y transitiva.

**Teorema 5:** Los ángulos suplementarios del mismo ángulo o de ángulos congruentes son congruentes.

**Teorema 6:** Los ángulos complementarios de un mismo ángulo o de ángulos congruentes son congruentes.

**Teorema 7:** Todos los ángulos rectos son congruentes.

**Teorema 8:** Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes.

**Teorema 9:** Las rectas perpendiculares se intersecan para formar cuatro ángulos rectos.

**Postulado 10: Postulado de ángulos correspondientes:** Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces cada par de ángulos correspondientes es congruente.

**Teorema 10: Teorema de ángulos alternos internos:** Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces cada par de ángulos alternos internos es congruente.

**Teorema 11: Teorema de ángulos interiores consecutivos:** Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces cada par de ángulos consecutivos interiores es congruente.

**Teorema 12: Teorema de ángulos alternos externos:** Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces cada par de ángulos alternos externos son congruentes entre sí.

**Teorema 13: Teorema de la transversal perpendicular:** En un plano, si una recta es perpendicular a una de dos rectas paralelas, entonces es perpendicular a la otra.

**Postulado 11:** Dos rectas no verticales tienen la misma pendiente si y sólo si son paralelas.

**Postulado 12:** Dos rectas no verticales son perpendiculares, si y sólo si el producto de sus pendientes es  $-1$ .

**Postulado 13:** Si dos rectas en un plano son cortadas por una transversal, entonces, de tal manera que sus ángulos correspondientes son congruentes, entonces las rectas son paralelas.

**Postulado 14: Postulado de las paralelas:** Si hay una recta y un punto fuera de ella, entonces, existe exactamente una recta que pasa por el punto y es paralela a la recta dada.

**Teorema 14:** Si dos rectas en un plano son cortadas por una transversal de tal manera que un par de ángulos alternos externos son congruentes, entonces las dos rectas son paralelas.

**Teorema 15:** Si dos rectas en un plano son cortadas por una transversal de tal manera que un par de ángulos interiores consecutivos son suplementarios, entonces las rectas son paralelas.

**Teorema 16:** Si dos rectas en un plano son cortadas por una transversal de tal manera que un par de ángulos alternos internos son congruentes, entonces las dos rectas son paralelas.

**Teorema 17:** En un plano, si una recta es perpendicular a las mismas rectas, entonces esas rectas son paralelas.

**Teorema 18: Teorema de la suma de los ángulos:** La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180.

**Teorema 19: Teorema del tercer ángulo:** Si dos ángulos de un triángulo son congruentes a dos ángulos de un segundo triángulo, entonces el tercer ángulo de cada triángulo es congruente.

**Teorema 20: Teorema del ángulo exterior:** La medida de un ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los ángulos interior o interiores no adyacentes.

**Corolario 1:** Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo son complementarios.

**Corolario 2:** Puede existir a lo sumo un ángulo recto o un ángulo obtuso en un triángulo.

**Teorema 21:** La congruencia de triángulos es reflexiva, simétrica y transitiva.

**Postulado 15, Postulado LLL:** Si los lados de un triángulo son congruentes con los lados de un segundo triángulo, entonces los triángulos son congruentes.

**Postulado 16, Postulado LAL:** Si los lados y el ángulo incluido de un triángulo son congruentes a dos lados y al ángulo incluido de otro triángulo, entonces los triángulos son congruentes.

**Postulado 17, Postulado ALA:** Si dos ángulos y el lado incluido de un triángulo son congruentes con dos ángulos y el lado incluido de otro triángulo, los triángulos son congruentes.

**Teorema 22 AAL:** Si dos ángulos y el lado incluido de un triángulo son congruentes a los correspondientes dos ángulos y al lado de un segundo triángulo, los dos triángulos son congruentes.

**Teorema 23, Teorema del triángulo isósceles:** Si dos lados de un triángulo son congruentes, entonces los ángulos opuestos a esos lados son congruentes.

**Teorema 24:** Si dos ángulos de un triángulo son congruentes, entonces los lados opuestos a esos ángulos también son congruentes.

**Corolario 3:** Un triángulo es equilátero si y sólo si es equiángulo.

**Corolario 4:** Cada ángulo de un triángulo equilátero mide 60 grados.

**Teorema 25:** Cualquier punto sobre un bisector perpendicular de un segmento es equidistante de los puntos extremos del segmento.

**Teorema 26:** Cualquier punto equidistante de los extremos de un segmento pertenece a la mediatriz o bisector perpendicular del segmento.

**Teorema 27:** Cualquier punto sobre la bisectriz de un ángulo es equidistante de los lados del ángulo.

**Teorema 28:** Cualquier punto sobre o en el interior de un ángulo y equidistante de los lados de un ángulo, está sobre la bisectriz del ángulo.

**Teorema 29, LL:** Si los catetos de un triángulo rectángulo son congruentes con los correspondientes catetos de otro triángulo rectángulo, entonces los triángulos son congruentes.

**Teorema 30, HA:** Si la hipotenusa y un ángulo agudo de un triángulo rectángulo son congruentes a la hipotenusa y al ángulo agudo correspondiente de otro triángulo rectángulo, entonces los dos triángulos son congruentes.

**Teorema 31, CA:** Si los catetos y un ángulo agudo de un triángulo rectángulo son congruentes al correspondiente cateto y ángulo agudo de otro triángulo rectángulo, entonces los triángulos son congruentes.

**Postulado 18, HC:** Si la hipotenusa y el cateto de un triángulo rectángulo son congruentes con la hipotenusa y el correspondiente cateto de otro triángulo rectángulo, entonces los triángulos son congruentes.

**Teorema 32, Teorema de la desigualdad del ángulo exterior:** Si un ángulo es un ángulo exterior de un triángulo, entonces su medida es mayor que la medida de cualquiera de los correspondientes ángulos internos no adyacentes.

**Teorema 33:** Si un lado de un triángulo es más largo que otro de sus lados, entonces el ángulo opuesto al lado más largo tiene una medida mayor que el ángulo opuesto al lado más corto.

**Teorema 34:** Si un ángulo de un triángulo tiene una medida mayor que otro ángulo, entonces el lado opuesto al ángulo mayor es mayor que el lado opuesto al ángulo menor.

**Teorema 35:** El segmento perpendicular desde un punto a una línea es el segmento más corto desde el punto hasta la línea.

**Corolario 5:** El segmento perpendicular desde un punto a un plano es el segmento más corto desde el punto hasta el plano.

**Teorema 36, Teorema de la desigualdad triangular:** La suma de las longitudes de dos lados cualesquiera de un triángulo es mayor que la longitud del tercer lado.

**Teorema 37, Desigualdad LAL (Teorema de la bisagra):** Si dos lados de un triángulo son congruentes a dos lados de otro triángulo, y el ángulo incluido en un triángulo es

mayor que el ángulo incluido en el otro, entonces el tercer lado del primer triángulo es más grande que el tercer lado del segundo triángulo.

**Teorema 38, Desigualdad LLL:** Si dos lados de un triángulo son congruentes a dos lados de otro triángulo, y el tercer lado de un triángulo es más largo que el tercer lado del otro, entonces el ángulo entre el par de lados congruentes en el primer triángulo es mayor que el ángulo correspondiente en el segundo triángulo.

**Teorema 39:** Los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes.

**Teorema 40:** Los ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes.

**Teorema 41:** Los ángulos consecutivos en un paralelogramo son suplementarios.

**Teorema 42:** Las diagonales de un paralelogramo se bisecan mutuamente.

**Teorema 43:** Si ambos pares de lados opuestos de un cuadrilátero son congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

**Teorema 44:** Si ambos pares de ángulos opuestos de un cuadrilátero son congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

**Teorema 45:** Si las diagonales de un cuadrilátero se bisecan mutuamente, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

**Teorema 46:** Si un par de lados opuestos de un cuadrilátero son al mismo tiempo paralelo y congruente, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

**Teorema 47:** Si un paralelogramo es un rectángulo, entonces sus diagonales son congruentes.

**Teorema 48:** Si las diagonales de un paralelogramo son congruentes, entonces el paralelogramo es un rectángulo.

**Teorema 49:** Las diagonales de un rombo son perpendiculares.

**Teorema 50:** Si las diagonales de un paralelogramo son perpendiculares, entonces el paralelogramo es un rombo.

**Teorema 51:** Cada diagonal de un rombo biseca un par de ángulos opuestos.

**Teorema 52:** Los ángulos de la base de un trapecio isósceles son congruentes.

**Teorema 53:** Las diagonales de un trapecio isósceles son congruentes.

**Teorema 54:** La mediana de un trapecio es paralela a las bases y su medida es la mitad de la suma de las medidas de las bases.

**Postulado 19, Semejanza AA:** Si dos ángulos de un triángulo son congruentes a dos ángulos de otro triángulo, entonces los triángulos son semejantes.

**Teorema 55, Semejanza LLL:** Si las medidas de los lados correspondientes de dos triángulos son proporcionales, entonces los triángulos son semejantes.

**Teorema 56, Semejanza LAL:** Si las medidas de dos lados de un triángulo son proporcionales a las medidas de dos lados correspondientes de otro triángulo y los ángulos correspondientes entre estos lados son congruentes, entonces los triángulos son semejantes.

**Teorema 57:** La semejanza de triángulos es reflexiva, simétrica y transitiva.

**Teorema 58, Proporcionalidad en el triángulo:** Si una recta es paralela a un lado de un triángulo y corta los otros dos lados en dos puntos diferentes, entonces divide estos lados en segmentos de longitudes proporcionales.

**Teorema 59:** Si una recta corta dos lados de un triángulo y determina sobre dichos lados segmentos correspondientes de longitudes proporcionales, entonces la recta es paralela al tercer lado.

**Teorema 60:** Un segmento cuyos puntos extremos son los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralelo al tercer lado de un triángulo, y su longitud es un medio de la longitud del tercer lado.

**Corolario 6:** Si tres o más rectas paralelas cortan dos transversales, entonces los segmentos determinados sobre las transversales son proporcionales.

**Corolario 7:** Si tres o más paralelas cortan segmentos congruentes en una transversal, entonces éstas cortan segmentos congruentes en todas las transversales.

**Teorema 61: Perímetros proporcionales:** Si dos triángulos son semejantes, entonces sus perímetros son proporcionales a las medidas de los lados correspondientes.

**Teorema 62:** Si dos triángulos son semejantes, entonces las medidas de las alturas correspondientes son proporcionales a las medidas de los lados correspondientes.

**Teorema 63:** Si dos triángulos son semejantes, entonces las medidas de los correspondientes ángulos bisectores de los triángulos son proporcionales a las medidas de los lados correspondientes.

**Teorema 64:** Si dos triángulos son semejantes, entonces las medidas de las medianas correspondientes son proporcionales a las medidas de los lados correspondientes.

**Teorema 65, Teorema del ángulo bisector:** Un ángulo bisector en un triángulo separa el lado opuesto en segmentos que tienen la misma razón que los dos lados.

**Teorema 66:** Si se traza la altura desde el vértice del ángulo recto de un triángulo rectángulo hasta su hipotenusa, entonces los dos triángulos que se forman son semejantes con el triángulo dado y también entre ellos.

**Teorema 67:** La medida de la altura trazada desde el vértice del ángulo recto de un triángulo rectángulo a su hipotenusa es la media geométrica entre las medidas de los dos segmentos que se determinan en la hipotenusa.

**Teorema 68:** Si se traza la altura hasta la hipotenusa de un triángulo rectángulo, entonces la medida de un cateto del triángulo es la media geométrica entre las medidas de la hipotenusa y la del segmento de la hipotenusa adyacente a este cateto.

**Teorema 69, Teorema de Pitágoras:** En un triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa.

**Teorema 70, Recíproca del teorema de Pitágoras:** Si la suma de los cuadrados de las medidas de dos lados de un triángulo es igual al cuadrado de la medida del lado más largo, entonces el triángulo es rectángulo.

**Teorema 71:** En un triángulo de  $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ , la hipotenusa es igual a  $\sqrt{2}$  multiplicado por la longitud de un cateto.

**Teorema 72:** En un triángulo de  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ , la hipotenusa tiene longitud igual al doble de la longitud del cateto más corto, y el cateto más largo tiene una longitud igual a la del lado más corto multiplicada por  $\sqrt{3}$ .

**Postulado 20, Postulado de la adición de arco:** La medida de un arco formado por dos arcos adyacentes es la suma de las medidas de los dos arcos. O sea que si Q es un punto PR, entonces

$$\widehat{mPQ} + \widehat{mQR} = \widehat{mPQR}.$$

**Teorema 73:** En un círculo o en círculos congruentes, dos arcos menores son congruentes si y sólo si sus cuerdas correspondientes son congruentes.

**Teorema 74:** En un círculo, si un diámetro es perpendicular a una cuerda, entonces biseca la cuerda y su arco.

**Teorema 75:** En un círculo o en círculos congruentes, dos cuerdas son congruentes si, y solamente si, son equidistantes del centro.

**Teorema 76:** Si un ángulo está inscrito en un círculo, entonces la medida del ángulo es igual a la mitad de la medida de su arco intersecado.

**Teorema 77:** Si dos ángulos inscritos de un círculo o de círculo congruentes intersecan arcos congruentes, o el mismo arco, entonces los ángulos son congruentes.

**Teorema 78:** Si dos ángulos inscritos de un círculo intersecan un semicírculo, entonces el ángulo es recto.

**Teorema 79:** Si un cuadrilátero está inscrito en un círculo, entonces los ángulos opuestos son suplementarios.

**Teorema 80:** Si una recta es tangente a un círculo, entonces es perpendicular al radio trazado al punto de tangencia.

**Teorema 81:** Si en un plano, una recta es perpendicular a un radio de un círculo, en el extremo que está en el círculo, entonces la recta es tangente al círculo.

**Teorema 82:** Si dos segmentos trazados desde el mismo punto exterior son tangentes a un círculo, entonces son congruentes.

**Teorema 83:** Si una secante y una tangente se intersecan en el punto de tangencia, entonces la medida de cada ángulo formado es igual a la mitad de la medida del arco intersecado.

**Teorema 84:** Si dos secantes se intersecan en el interior de un círculo, entonces la medida de un ángulo formado es la mitad de la suma de las medidas de los arcos intersecados por el ángulo y su ángulo vertical.

**Teorema 85:** Si dos secantes, una secante y una tangente, o dos tangentes se intersecan en el exterior de un círculo, entonces la medida del ángulo formado es la mitad de la diferencia positiva entre las medidas de los arcos intersecados.

**Teorema 86:** Si dos cuerdas se intersecan en un círculo, entonces los productos de las medidas de los segmentos de las cuerdas son iguales.

**Teorema 87:** Si se trazan dos segmentos secantes a un círculo desde un punto exterior, entonces el producto de las medidas de un segmento y su segmento secante externo es igual al producto de las medidas de los otros segmentos secantes y su segmento secante externo.

**Teorema 88:** Si se trazan un segmento tangente y uno secante a un círculo desde un punto exterior, entonces el cuadrado de la medida del segmento tangente es igual al producto de las medidas del segmento secante y su segmento secante externo.

**Teorema 89, Teorema de suma de ángulos interiores:** Si un polígono convexo tiene  $n$  lados y  $S$  es la suma de las medidas de los ángulos interiores, entonces  $S = (n - 2) \cdot 180$ .

**Teorema 90, Teorema de suma de ángulos exteriores:** Si un polígono convexo, entonces la suma de las medidas de los ángulos exteriores, uno en cada vértice, es  $360^\circ$ .

**Postulado 21:** El área de una región es la suma de las áreas de todas sus partes, con la condición de que ellas no se traslapen.

**Postulado 22:** Las figuras congruentes tienen igual área.

**Postulado 23: Postulado de probabilidad de longitud:** Si se escoge al azar un punto del  $\overline{AB}$  y  $C$  está entre  $A$  y  $B$ , entonces la probabilidad de que el punto esté en  $\overline{AC}$  es 
$$= \frac{\text{longitud de } AC}{\text{longitud de } AB}$$

**Postulado 24: Postulado de probabilidad de área:**

Si se escoge al azar un punto en la región A, entonces la probabilidad de que el punto esté en la región B, contenida en la región A,  $\frac{\text{área de la región B}}{\text{área de la región A}}$

**Teorema 91:** Si dos sólidos son similares con un factor de escala de  $a : b$ , entonces las áreas de superficie tienen una razón  $a^2 : b^2$  y los volúmenes tienen una razón  $a^3 : b^3$ .

**Teorema 92: Forma pendiente-intercepto:** Si la ecuación de una recta se escribe en la forma  $y = mx + b$ , entonces  $m$  es la pendiente de la recta y  $b$  es el intercepto en  $y$ .

**Teorema 93:** Dados dos puntos  $A(x_1, y_1, z_1)$  y  $B(x_2, y_2, z_2)$  en el espacio, la distancia entre A y B está dada por la siguiente ecuación.

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

**Postulado 25:** En una rotación dada, si A es la preimagen, P es la imagen y W es el centro de rotación, entonces la medida del ángulo de rotación  $\angle AWP$  es dos veces la

**Teorema 94:** Si una dilatación con centro en C y factor de conversión  $k$  envía A a E y B a D, entonces  $\overline{ED} = k(\overline{AB})$ .

**NIVELES DE PENSAMIENTO  
SEGÚN NORMAN WEBB**

## Niveles de Pensamiento de Norman Webb

El Dr. Norman Webb, especialista en el área de evaluación, junto con otros profesionales describió cuatro niveles de profundidad de conocimiento (DOK, por sus siglas en inglés). Esta forma de clasificar el aprendizaje por niveles de profundidad de conocimiento considera lo que es capaz de hacer el estudiante con el conocimiento que aprende con profundidad y además integra los niveles de pensamiento de Bloom; memoria, comprensión, aplicación, análisis, síntesis, evaluación y creatividad. Estos niveles de conocimiento son:

- Nivel I: Pensamiento Memorístico (demuestra conocimiento en forma igual o casi igual a como lo aprendido)
  
- Nivel II: Pensamiento de Procesamiento (demuestra conocimiento que requiere algún razonamiento mental básico de ideas, conceptos y destrezas, más allá de la memoria)
  
- Nivel III: Pensamiento Estratégico (demuestra conocimiento basado en demanda cognoscitiva compleja y abstracta)
  
- Nivel IV: Pensamiento Extendido (extiende su conocimiento a contextos más amplios)

Verbos que sugieren acciones en diferentes niveles de conocimiento (Adaptación Modelo DOK – Norman Webb)	
Nivel de profundidad de conocimiento	Verbos
<p><b>Nivel I: Pensamiento Memorístico (demuestra conocimiento en forma igual o casi igual a como lo aprendió)</b></p> <p>Reconoce datos y fuentes de datos (información) para memorizar.                      Lleva a cabo procedimientos rutinarios o recuerda definiciones.                      Usa fórmulas, procedimientos o reglas en contextos iguales o bien similares a como los aprendió.                      Verbaliza lo que ha memorizado, por ejemplo, recita datos o pasos de una rutina que recuerda.                      Reconoce estrategias útiles para recordar y memorizar información, por ejemplo, 1) Recuerda y usa información importante</p> <p>Recall or recognize a fact, definitions, or term</p>	<p>define, calcula, cuenta, localiza, ordena, nombra, selecciona, usa, establece, mide, sustituye, dibuja, arregla, reconoce, establece, coloca, utiliza, demuestra, recuerda partes, forma, aproxima, dibuja, completa, parea, sigue pasos</p>

**Verbos que sugieren acciones en diferentes niveles de conocimiento  
(Adaptación Modelo DOK – Norman Webb)**

Nivel de profundidad de conocimiento	Verbos
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apply a well known algorithm</li> <li>• Apply a formula</li> <li>• Determine the area or perimeter of rectangles or triangles given a drawing and labels</li> <li>• Identify a plane or three dimensional figure</li> <li>• Measure a length</li> <li>• Perform a specified or routine procedure</li> <li>• Evaluate an expression</li> <li>• Solve a one-step word problem</li> <li>• Retrieve information from a table or graph</li> <li>• Recall, identify, or make conversions between and among representations or numbers (fractions, decimals, and percents), or within and between customary and metric measures</li> <li>• Locate numbers on a number line, or points on a coordinate grid</li> <li>• Solves linear equations</li> <li>• Represent math relationships in words, pictures, or symbols</li> </ul> <p>Nivel II: Pensamiento de Procesamiento (Demuestra conocimiento que requiere algún razonamiento mental básico de ideas, conceptos y destrezas, más allá de la memoria)</p> <p>Comparar y contrastar ideas es característico de este nivel, por ejemplo: Encuentra las características que describen a los objetos, fenómenos, eventos, personas, entre otros. Encuentra ejemplos y contraejemplos de un concepto. Identifica o encuentra patrones no triviales.</p> <p>Extiende y aplica sus conocimientos, por ejemplo: Escoge posibles opciones para resolver un problema en contextos nuevos. Resuelve un problema rutinario llevando a cabo dos o más pasos de un proceso que requiere múltiples acciones utilizando conceptos y destrezas aprendidas. Provee razonamientos adecuados para observaciones o acciones.</p> <p>Formula reglas y explica conceptos en sus propias palabras, por ejemplo, (a) describe patrones no triviales en sus propias palabras, (b) describe el racional para enfocar una situación o problema.</p> <p>Organiza información o ideas, por ejemplo: clasifica</p>	<p>compara, contrasta, clasifica, relaciona, identifica, describe, relaciona, organiza, especifica, encuentra, escoge, resuelve, resume, extiende, aplica, soluciona, decide, explica, justifica, formula</p>

**Verbos que sugieren acciones en diferentes niveles de conocimiento  
(Adaptación Modelo DOK – Norman Webb)**

Nivel de profundidad de conocimiento	Verbos
<p>ideas dentro de un arreglo conceptual (marco de referencia). Busca información acerca de un tema o para contestar una pregunta.</p> <p>Cita evidencia y desarrolla argumentos lógicos y válidos para sostener o justificar sus ideas. Explica un fenómeno en términos conceptuales, por ejemplo, explica los causantes del calentamiento global y explica y justifica alternativas para disminuir su efecto. y justifica alternativas para disminuir su efecto.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• • Classify plane and three dimensional figures. • •</li> <li>Interpret information from a simple graph. • • Use models to represent mathematical concepts. • •</li> <li>Solve a routine problem requiring multiple steps, or the application of multiple concepts. • •</li> <li>Compare figures or statements. • • Compare and contrast figures.</li> <li>• • Provide justifications for steps in a solution process.</li> <li>• • Extend a pattern. • • Retrieve information from a table, graph, or figure and use it solve a problem requiring multiple steps. • •</li> <li>Translate between tables, graphs, words and symbolic notation. • •</li> <li>Select a procedure according to criteria and perform it</li> </ul> <p>Nivel III: Pensamiento Estratégico (Demuestra conocimiento basado en demanda cognoscitiva compleja y abstracta)</p> <p>Crea, revisa y analiza organizadores gráficos para explicar y justificar relaciones entre ideas o conceptos.</p> <p>Establece y explica o justifica relaciones de causa y efecto, tales como: (a) hace predicciones, (b) formula hipótesis y las prueba, (c) hace inferencias válidas y (d) establece generalizaciones a partir de observaciones.</p> <p>Extiende y aplica lo que aprendió al resolver problemas no rutinarios o que no ha visto antes.</p> <p>Justifica y explica lo que sabe mediante análisis de situaciones utilizando información relevante que proviene de variados recursos para sostener sus</p>	<p>integra, crea, explica, formula, infiere, generaliza, interpreta, predice, justifica, explica, analiza, desarrolla, prueba, argumenta, autoevalúa, sostiene, aplica, construye, concluye, apoya, corrige, produce, genera, compone, critica, colabora, visualiza, correlaciona</p>

**Verbos que sugieren acciones en diferentes niveles de conocimiento  
(Adaptación Modelo DOK – Norman Webb)**

Nivel de profundidad de conocimiento	Verbos
<p>argumentos o para explicar conceptos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• • Interpret information from a complex graph. • •</li> <li>Explain thinking when more than one response is possible. • •</li> <li>Make and/or justify conjectures. • •</li> <li>Develop logical arguments for a concept. • •</li> <li>Use concepts to solve problems. • •</li> <li>Perform procedure with multiple steps and multiple decision points. • •</li> <li>Generalize a pattern. • •</li> <li>Describe, compare, and contrast solution methods. • •</li> <li>Formulate a mathematical model for a complex situation . • •</li> <li>Provide mathematical justifications . • •</li> <li>Solve a multiple- step problem, supported with a mathematical explanation that justifies the answer . • •</li> <li>Formulate an original problem, given a situation</li> </ul> <p>Nivel IV: Pensamiento extendido [Extiende su conocimiento a contextos más amplios (30 minutos a varios días)]</p> <p>Desarrolla y completa un proyecto o tarea que requiere planificación, desarrollo y razonamiento complejo que involucra establecer relaciones entre ideas de varias disciplinas, explicar y justificar ideas en un período extendido de tiempo.</p> <p>Justifica y explica lo que sabe a través de desarrollar argumentos amplios y válidos (de acuerdo con la disciplina) acerca de un proyecto, por ejemplo, investigar una situación o hipótesis o conjetura.</p> <p>Localiza y utiliza diferentes fuentes o recursos para argumentar y justificar sus ideas, como por ejemplo, (a) extender los argumentos que sostienen una hipótesis, generalización o conclusión y (b) explicar y justificar una situación, hipótesis o conjetura.</p> <p>Demuestra que aprende por iniciativa propia, por ejemplo, (a) monitorea su progreso para completar un nuevo proyecto o tarea, (b) propone y explica argumentos relacionados con los pasos o etapas de su proyecto y produce escritos para explicar el progreso que va alcanzando en su tarea o proyecto.</p>	<p>compone, planifica, desarrolla, crea, aplica, edita, diseña, utiliza, explica, sostiene, investiga, argumenta, localiza, prueba, extiende, generaliza, decide, monitorea, propone, produce, coteja, defiende, evalúa, juzga, distingue, valida, verifica</p>

**Verbos que sugieren acciones en diferentes niveles de conocimiento  
(Adaptación Modelo DOK – Norman Webb)**

Nivel de profundidad de conocimiento	Verbos
<p>Relate mathematical concepts to other content areas . •            Relate mathematical concepts to real-world applications in new situations . •            Apply a mathematical model to illuminate a problem, situation . •            Conduct a project that specifies a problem, identifies solution paths, solves the problem, and reports results . •            Design a mathematical model to inform and solve a practical or abstract situation            NOTE: Level 4 requires applying one approach among many to solve problems. Involves complex restructuring of data, establishing and evaluating criteria to solve problems.</p>	

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> "para aprender")
<p>Nivel I: Pensamiento Memorístico (demuestra conocimiento en forma igual o casi igual a como lo aprendió)</p> <p>* Reconoce datos y fuentes de datos (información) para memorizar</p> <p>*Lleva a cabo procedimientos rutinarios o recuerda definiciones</p> <p>*Usa formulas o procedimientos en contextos iguales o similares a como los aprendió</p> <p>*Verbaliza lo que ha memorizado, por ejemplo, recita datos o pasos de una rutina que recuerda</p> <p>*Reconoce estrategias útiles para recordar y memorizar información, por ejemplo, 1) Recuerda y usa información importante 2) recuerda recursos que puede utilizar para aprender el contenido de un tema, por ejemplo, libro de texto.</p>	<p>Lista focalizada</p> <p>Organizadores gráficos:</p> <p>*Flujograma</p> <p>*Arañas o redes conceptuales simples</p> <p>Preguntas de respuestas cortas de bajo nivel de pensamiento</p> <p>Preguntas de escoge la mejor alternativa o múltiples respuestas</p> <p>Listas de cotejo</p>	<p>Expresan vocabulario memorizado relacionado con un concepto</p> <p>Organizan pasos de un proceso que memorizaron</p> <p>Identifican y mencionan vocabulario que memorizaron relacionado con un tema</p> <p>Contestan oralmente o por escrito palabras, frases u oraciones en la forma en que lo memorizaron</p> <p>Escogen entre múltiples opciones la palabra o frase que asocian con lo memorizado</p> <p>Ejecutan procesos casi igual a como lo aprendieron</p>	<p><b>Estudiante:</b> activa su memoria respecto a lo que recuerda relacionado con determinado concepto o proceso. Determina lo que le falta por memorizar.</p> <p><b>Maestro(a):</b> determina palabras que se pueden asociar con un concepto.</p> <p><b>Estudiante:</b> revisa las partes del procedimiento para completarlo y memorizarlo. Recuerda palabras que puede asociar con determinado concepto.</p> <p><b>Maestro(a):</b> determina si necesita o no ofrecer experiencias de aprendizaje adicionales para mejorar el recuerdo de vocabulario o de un procedimiento.</p> <p><b>Estudiante:</b> Determina lo que le falta por memorizar</p> <p><b>Maestro(a):</b> Determina lo que pueden recordar para</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> "para aprender")
<p>Nivel I: Pensamiento Memorístico (demuestra conocimiento en forma igual o casi igual a como lo aprendió)</p>	<p>Ejercicios de pareo</p> <p>Ejercicios de llenar espacios en blanco</p> <p>Manos arriba, manos abajo (Por observación).</p>	<p>Expresan ideas casi igual a como las aprendieron</p> <p>Colocan en el espacio adecuado la palabra del vocabulario memorizado que completa una oración</p> <p>Identifican la palabra o frase que completa una oración o idea que memorizaron</p> <p>*Expresan vocabulario memorizado relacionado con un tema.</p> <p>Responden a preguntas que evocan memoria levantando o bajando las manos, por ejemplo: mano arriba los que recuerdan tres de las cinco características de...</p> <p>*Identifican y describen relaciones o conexiones entre ideas de los conceptos.</p> <p>*Describen relaciones entre</p>	<p>reenfocar la enseñanza.</p> <p><b>Estudiante:</b> Se conciencia de los pasos que no pudo y de los que pudo ejecutar. Maestro(a): Determina fortalezas y áreas que debe mejorar el estudiante respecto a la ejecución de un proceso o tarea.</p> <p><b>Estudiante:</b> identifica las relaciones simples que puede establecer entre las partes de ideas memorizadas.</p> <p><b>Maestro(a):</b> determina si los estudiantes recuerdan ideas importantes para ofrecer experiencias que les ayudan a mantener el recuerdo de las ideas o a mejorarlo.</p> <p><b>Estudiante:</b> identifica las palabras o frases que ha memorizado con más confianza, ya que solo el maestro observará su mano</p> <p><b>Maestro(a)</b> identifica si es</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> "para aprender")
<p>Nivel II: Pensamiento de Procesamiento (Demuestra conocimiento que requiere algún razonamiento mental básico de ideas, conceptos y destrezas, más allá de la memoria)</p> <p>*Comparar y contrastar ideas es característico de este nivel, por ejemplo: (1) Encuentra las características que describen objetos, fenómenos, eventos, personas, entre otros. (2) Encuentra ejemplos y contraejemplos de un concepto. (2)</p>	<p>Organizadores gráficos que permiten describir las relaciones, por ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>* Mapas de conceptos</li> <li>* Mapas pictóricos</li> <li>* Mapas semánticos</li> <li>*redes o arañas conceptuales</li> </ul> <p>Nota: Para cotejar respuestas a preguntas o tareas que promueven múltiples respuestas se requiere el uso de criterios basados en contenido que respondan a la(s) expectativa(s) y a los objetivos educativos.</p> <p>Ejercicios de múltiples respuestas de alto nivel</p> <p>Ejercicios de múltiples respuestas de alto nivel</p> <p>Preguntas abiertas de alto Nivel.</p>	<p>conceptos, eventos, entre otros, mediante las palabras o frases conectivas que escriben sobre las flechas que unen conceptos en sus organizadores (mapa: conceptual, pictórico y semántico y red conceptual.)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Encuentran ejemplos para los conceptos o ideas que incluyen en sus mapas.</li> <li>* Describen la logística de sus organizadores y explican sus entendimientos de los conceptos que incluyen en sus organizadores, ya sea oralmente o por escrito. Asocian ideas aprendidas y las aplican en nuevos contextos.</li> </ul> <p>En un bosquejo incompleto dado bosquejan los temas y sub-temas utilizando frases, palabras y oraciones cortas para representar la conexión entre las partes de, por ejemplo, obra o película observada o lectura realizada. Mediante respuestas a</p>	<p>necesario o no fortalecer el recuerdo de datos o palabras importantes.</p> <p><b>Estudiante:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Se concienza: (1) de las relaciones entre conceptos que debe hacer para demostrar su entendimiento del concepto o tema, (2) de las conexiones que aún no puede hacer y (3) tanto de lo que ha aprendido correctamente como de sus errores conceptuales.</li> <li>* Si se le provee el tiempo, el modelaje y rúbricas con criterios claros, puede auto-evaluar sus organizadores, ya que conociendo lo que se espera y comparándolo con lo que ha ejecutado puede mejorarlos para demostrar cómo está ampliando y cotejando la calidad de sus</li> </ul>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> "para aprender")
<p>Identifica o encuentra patrones no triviales. Extiende y aplica sus conocimientos, por ejemplo: (1) Escoge posibles opciones para resolver un problema en contextos nuevos. (2) Resuelve un problema rutinario llevando a cabo dos o más pasos de un proceso que requiere múltiples acciones utilizando conceptos y destrezas aprendidas. (3) Provee razonamientos adecuados para observaciones o acciones. (4) Formula reglas y explica conceptos, por ejemplo, (a) describe patrones no triviales en sus propias palabras, (b) describe el racional para enfocar una situación o problema.</p> <p>*Organiza información o ideas, por ejemplo: (a) clasifica ideas dentro de un arreglo conceptual (marco de referencia) (2) busca información acerca de un tema o para contestar una pregunta.</p> <p>Nota: Para cotejar respuestas a preguntas o tareas que promueven</p>		<p>preguntas abiertas basadas en situaciones de vida diaria evidencian si pueden aplicar conceptos de la disciplina en contextos nuevos.</p>	<p>conocimientos. Maestro(a): *Los mapas de diversos tipos y, en ocasiones, las redes conceptuales facilitan al maestro: (1) cotejar la validez de las conexiones o relaciones entre ideas o conceptos relacionados con un tema, (2) identificar ideas incompletas o conceptos erróneos. (3) tomar decisiones informadas respecto a las experiencias de aprendizaje que necesitan los estudiantes.</p> <p>Estudiante y maestro: Identifica, (1) ideas erróneas y (2) los contextos donde aplica o no aplica el concepto. Maestro: Examina la validez y confiabilidad de los ítems. Estructura nuevas oportunidades para que los estudiantes evidencien sus entendimientos.</p> <p><b>Estudiante:</b> Ordena en categorías dadas o auto-</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> “para aprender”)
<p>múltiples respuestas se requiere el uso de criterios basados en contenido que respondan a la(s) expectativa(s) y a los objetivos educativos (pueden organizarse en rúbricas).</p>	<p>Tareas de ejecución basadas, por ejemplo, en solución de problemas, incluyendo verbales no rutinarios Diarios enfocados en solución de problemas</p>	<p>*Aplican lo aprendido en tareas no rutinarias, por ejemplo, en la solución de problemas pertinentes. *Demuestran que pueden extender sus conocimientos, identificar patrones y buscar posibles soluciones a problemas entre varias alternativas o extender procedimientos</p>	<p>generadas, las ideas que recuerda en un contexto diferente. Utiliza vocabulario relacionado con los temas en el contexto apropiado. Reflexiona acerca de cuánto le ayudó la actividad a aprender con entendimiento.</p> <p><b>Maestro:</b> Devuelve los bosquejos cotejados, junto con el que preparó para que los estudiantes identifiquen los patrones que emergen. Identifica fortalezas y áreas para mejorar en el entendimiento del tema o en la redacción de bosquejos Estudiante: identifica (1) sus ideas erróneas y la de sus pares (2) los contextos donde aplican o no aplican la ideas de un concepto.</p> <p>Maestro: *Examina la validez y confiabilidad de las ideas expresadas utilizando criterios claros y enfocados</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> “para aprender”)
<p>Nivel II: Pensamiento de Procesamiento (Demuestra conocimiento que requiere algún razonamiento mental básico de ideas, conceptos y destrezas, más allá de la memoria)</p>	<p>Diversos tipos de tareas escritas</p>	<p>*Escriben, ensayos y cartas a un amigo para aplicar y explicar en sus propias palabras:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- las conexiones que pueden hacer entre, (1): las ideas aprendidas, (2) los pasos seguidos en la solución de un problema.</li> <li>- aspectos de conceptos, destrezas o valores</li> <li>- situaciones o fenómenos</li> </ul> <p>*Expanden ideas que generan los miembros de pequeños grupos respecto a conceptos, valores, procesos, entre otros.</p>	<p>Estudiante: Coteja su ejecución basándose en criterios que le permiten entender lo que se espera que ejecuten. Explica cómo integra y expande lo aprendido para, por ejemplo, solucionar problemas no rutinarios y extender y mejorar procedimientos.</p> <p><b>Maestro(a):</b> *Examina la validez de los procesos, por ejemplo, de solución de problemas utilizado por el estudiante.</p> <p>* Ofrece retrocomunicación para ayudarle a determinar fortalezas y áreas para mejorar.</p> <p>*Coteja el uso del vocabulario en el contexto apropiado.</p> <p>*Examina si es necesario fortalecer, tanto el proceso de solución de problemas como el contenido en el cual se basa el problema.</p> <p><b>Estudiante:</b> *Demuestra: (1) cómo extiende y aplica lo que</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> “para aprender”)
<p>Nota: Para cotejar respuestas a preguntas o tareas que promueven múltiples respuestas se requiere el uso de criterios basados en contenido que respondan a la(s) expectativa(s) y a los objetivos educativos (pueden organizarse en rúbricas.)</p>	<p>Portafolios Diagramas de Venn</p>	<p>Seleccionan las evidencias que mejor demuestran cómo expanden y aplican lo que están aprendiendo. *Identifican parecidos y diferencias entre ideas de los conceptos que están aprendiendo, por ejemplo, objetos, fenómenos y eventos. *Encuentran ejemplos para las ideas que incluyen en sus</p>	<p>está aprendiendo por escrito, utilizando el vocabulario adecuado y ordenando sus ideas. (2) expresa su entendimiento de lo que está aprendiendo, (3) reconoce lo que sabe y lo que le falta por aprender.</p> <p><b>Maestro(a):</b> *Examina la validez de las ideas del estudiante. * Ofrece retrocomunicación para determinar fortalezas y áreas para mejorar. *Coteja el uso del vocabulario en contexto. *Examina si es necesario fortalecer áreas de contenido, de procesos, destrezas y valores característicos de la disciplina.</p> <p><b>Estudiante:</b> Demuestra, mediante variadas formas, que puede extender y aplicar los conocimientos que está desarrollando.</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> "para aprender")
<p>Nivel II: Pensamiento de Procesamiento (Demuestra conocimiento que requiere algún razonamiento mental básico de ideas, conceptos y destrezas, más allá de la memoria)</p> <p>Nota: Para cotejar respuestas a preguntas o tareas que promueven múltiples respuestas se requiere el uso de criterios basados en contenido que respondan a la(s) expectativa(s) y a los objetivos educativos (pueden organizarse en rúbricas)</p>	<p>Informes escritos u orales, ensayos y otros tipos de escritos</p> <p>Preguntas abiertas</p> <p>Diarios.</p> <p>Portafolios</p>	<p>diagramas.</p> <p>* Explican, más ampliamente, debajo del diagrama u oralmente los entendimientos de las ideas que incluyen en sus diagramas.</p> <p>*Aplican el vocabulario relacionado con el tema de estudio.</p> <p>*Explican lo que entienden, justifican lo que hacen o saben y cómo lo hacen para demostrar la validez de ideas y argumentos.</p> <p>*Explican ampliamente fenómenos, efectos y posibles soluciones.</p> <p>*Demuestran que pueden aplicar lo aprendido en nuevos contextos.</p> <p>*Utilizan vocabulario adecuado en nuevos contextos.</p>	<p><b>Maestro(a):</b> Coteja cuán bien está extendiendo y aplicando lo que aprende y ofrece retrocomunicación para que reconozca lo que puede hacer para mejorar sus evidencias.</p> <p><b>Estudiante:</b> *Se conciencia: (1) de los objetos, ideas, eventos o fenómenos que puede comparar y contrastar. (2) reconoce relaciones que debe hacer para demostrar su entendimiento del concepto o tema, (2) de las conexiones que aún no puede hacer y (3) tanto de lo que ha aprendido correctamente como de sus errores conceptuales.</p> <p>* Si se le provee el tiempo y rúbricas con criterios claros, puede auto-evaluar sus diagramas para demostrar que cotejó la calidad de sus conocimientos.</p> <p><b>Maestro(a):</b> Puede cotejar la validez de las comparaciones y contrastes</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> "para aprender")
<p>Nivel III: Pensamiento Estratégico (Demuestra conocimiento basado en demanda cognoscitiva compleja y abstracta)</p> <p>*Crea, revisa y analiza organizadores gráficos para explicar y justificar relaciones entre ideas o conceptos.</p> <p>* Establece y explica o justifica relaciones de causa y efecto; (a) hace predicciones, (b) formula hipótesis, (c) hace inferencias válidas y (d) establece generalizaciones a partir de observaciones.</p> <p>*Extiende y aplica lo que aprendió al resolver problemas no rutinarios o que no ha visto antes.</p> <p>* Justifica y explica lo que sabe mediante análisis de situaciones utilizando información relevante que proviene de variados recursos</p>	<p>Nota: Para cotejar respuestas a preguntas o tareas que promueven múltiples respuestas se requiere el uso de criterios basados en contenido que respondan a la(s) expectativa(s) y a los objetivos educativos.</p> <p>Exámenes tradicionales con ejercicios de alto nivel</p>	<p>Como dueños de sus portafolios, seleccionan trabajos donde demuestran conocimientos variados asociados con el pensamiento descrito en este nivel. Explican lo que incluyen en sus portafolios y justifican por qué lo seleccionaron.</p> <p>Demuestran mayor profundidad de conocimiento al explicar y justificar su selección</p>	<p>entre ideas o conceptos relacionados con un tema y el uso apropiado del vocabulario.</p> <p>Estudiante: Monitorea la profundidad de sus conocimientos y determina la validez de ideas y entendimientos. Maestro(a) *Identifica la profundidad del conocimiento desarrollado por los estudiantes. *Utiliza los hallazgos del monitoreo o <i>assessment</i> para: modificar tareas, de modo que faciliten a los estudiantes demostrar pensamiento estratégico, seleccionar criterios que ayuden a los estudiantes a auto-cotejar sus contestaciones y a concienciarse de sus limitaciones y fortalezas y diseñar nuevas experiencias de aprendizaje</p> <p><b>Estudiante:</b> Monitorea la calidad de sus evidencias respecto a validez del contenido de los trabajos, de sus explicaciones</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> "para aprender")
<p>para sostener sus argumentos o para explicar conceptos.            * Cita evidencia y desarrolla argumentos lógicos para sostener o justificar sus ideas.            *Explica un fenómeno en términos conceptuales y explica y justifica alternativas para disminuir su efecto.</p> <p>Nivel III: Pensamiento Estratégico (Demuestra conocimiento basado en demanda cognoscitiva compleja y abstracta)</p> <p>Nota: Para cotejar respuestas a preguntas o tareas que promueven múltiples respuestas se requiere el uso de criterios basados en contenido que respondan a la(s) expectativa(s) y a los objetivos educativos (pueden organizarse en</p>	<p>de pensamiento, que promuevan explicar y justificar lo que seleccionan o saben.</p> <p>Diversos tipos de tareas escritas</p>	<p>entre posibles respuestas o al explicar o justificar por qué la premisa es cierta o falsa.</p> <p>Explican la validez de sus ideas o conocimientos.</p> <p>*Escriben ensayos y cartas a un amigo para explicar o justificar cómo aplican el concepto o destreza y valores en otras situaciones.            *Completan ideas que generan los miembros de pequeños grupos respecto a conceptos, valores, procesos. * Escriben ensayos para analizar y explicar situaciones de la vida diaria indicando cómo aplica lo aprendido en la situación presentada.</p>	<p>y justificaciones.</p> <p><b>Maestro(a):</b> *Coteja la calidad del conocimiento, de la capacidad para conectar, adecuadamente, múltiples ideas en los trabajos seleccionados.            *Examina la validez de las explicaciones y las justificaciones. Ofrece retrocomunicación y utiliza los datos del cotejo para ofrecer nuevas experiencias de aprendizaje.</p> <p><b>Estudiante:</b> Determina si ha logrado un entendimiento lo suficientemente profundo del contenido o destrezas que ha estado aprendiendo.            *Explica cómo puede mejorar sus respuestas</p> <p><b>Maestro(a):</b> Examina los resultados para: analizar los ítems, en términos de validez y confiabilidad. *Determina los contenidos de mayor dificultad y diseña nuevas</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> “para aprender”)
<p>rúbricas.)</p> <p>Nota: Para cotejar respuestas a preguntas o tareas que promueven múltiples respuestas se requiere el</p>	<p>Trabajos de creación, tales como: obras de teatro, simulaciones y juegos</p> <p>Organizadores gráficos, tales como: Mapas de conceptos y pictóricos y diversos tipos de gráficas que representen datos pertinentes al tema bajo estudio</p>	<p>Aplican lo aprendido en sus obras de creación explicando y justificando sus conocimientos</p> <p>Utilizan el vocabulario en el contexto apropiado en situaciones pertinentes para ellos.</p> <p>Analizan sus organizadores gráficos para explicar sus contenidos y justificar sus partes y para establecer generalizaciones</p>	<p>tareas para ayudar a los estudiantes a demostrar mejor sus entendimientos.</p> <p><b>Estudiante:</b> *Examina: la profundidad de sus ideas, la validez de argumentos y procesos para solucionar problemas, si ha utilizado el vocabulario apropiadamente. *Comparte sus conocimientos con pares y encuentra formas de mejorar. *Determina lo que puede o no puede explicar o justificar y lo mejora. Maestro (a) *Examina la validez de las ideas y el uso del vocabulario. *Determina los contenidos de mayor dificultad y diseña nuevas tareas para que los estudiantes demuestren mejor su entendimiento.</p> <p><b>Estudiante:</b> Coteja la calidad de su ejecución basándose en criterios que le permiten entender lo que se espera que ejecute. Explica y justifica</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> “para aprender”)
<p>uso de criterios basados en contenido que respondan a la(s) expectativa(s) y a los objetivos educativos (pueden organizarse en rúbricas.)</p>		<p>*Conectan múltiples ideas de lo que están aprendiendo y seleccionan las que escribirán en los parlamentos que escribirán en las nubes de sus</p>	<p>cómo integra y expande lo aprendido a través del contenido, valores y destrezas de la disciplina en la que se basa su trabajo de creación. Maestro(a): Examina la validez del contenido utilizado por el estudiante, le ofrece retrocomunicación para ayudarlo a determinar fortalezas y áreas para mejorar. Coteja el uso del vocabulario en el contexto apropiado. Examina si es necesario fortalecer áreas de contenido, destrezas y valores mediante experiencias de aprendizaje adicionales.</p> <p><b>Estudiante:</b> *Examina: su organizador gráfico para encontrar ideas válidas y formas de explicar mejor sus conocimientos y decide lo que puede mejorar y lo arregla. Maestro(a) * Examina la validez del contenido utilizado por el estudiante, ofrece retrocomunicación para</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> “para aprender”)
<p>Nivel IV: Pensamiento Extendido [Extiende su conocimiento a contextos más amplios (30 minutos a varios días)]</p> <p>Desarrolla y completa un proyecto o tarea que requiere planificación, desarrollo y razonamiento complejo que involucra establecer relaciones entre ideas de varias disciplinas, explicar y justificar ideas en un</p>	<p>Compendio de tirillas de alto nivel de pensamiento</p> <p>Nota: Para cotejar respuestas a preguntas o tareas que promueven múltiples respuestas se requiere el uso de criterios basados en contenido que respondan a la(s) expectativa(s) y a los objetivos educativos (pueden organizarse en rúbricas.)</p> <p>Exámenes tradicionales con ejercicios de alto nivel de pensamiento, que promuevan revisar contestaciones, explicar y justificar lo nuevos versiones de los exámenes</p> <p>Organizadores gráficos:</p>	<p>tirillas.</p> <p>*Seleccionan tirillas comerciales o las crean y, en los parlamentos, incluyen explicaciones y justificaciones de sus entendimientos respecto a los conceptos que están aprendiendo.</p> <p>* En aprendizaje cooperativo describen las ideas que van elaborando a través de diversas actividades y las explican a través de los personajes de sus tirillas.</p> <p>Demuestran mayor profundidad de conocimiento al explicar y justificar sus ejecuciones, a través de la reflexión y nuevas oportunidades para contestar nuevas versiones del examen</p> <p>*Demuestran: (1) cómo van cambiando sus entendimientos de los contenidos, destrezas, actitudes, disposiciones (2) el uso del vocabulario que están desarrollando a través del estudio de un tema o unidad, (3) lo que aprenden,</p>	<p>ayudarle a determinar fortalezas y áreas para mejorar. *Verifica los criterios de acuerdo con las necesidades de los estudiantes y promueve que los estudiantes los usen para cotejar sus propios trabajos y los de sus pares. *Junto con los estudiantes determina la forma más justa de otorgar puntuaciones, niveles de ejecución o notas.</p> <p><b>Estudiante:</b> *Coteja la calidad de sus conocimientos durante el proceso de crear un libro de tirillas respecto a un tema o concepto. *Modifica, explica y justifica, tanto el proceso de crear su libro como la validez del contenido del mismo, a la luz de criterios que entiende y valora.</p> <p><b>Maestro:</b> Ofrece</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> “para aprender”)
<p>período extendido de tiempo.            *Justifica y explica lo que sabe a través de desarrollar argumentos amplios y válidos (de acuerdo con la disciplina) acerca de un proyecto, por ejemplo, investigar una situación o hipótesis o conjetura.            * Localiza y utiliza diferentes fuentes o recursos para argumentar y justificar sus ideas, como por ejemplo, (a) extender los argumentos que sostienen una hipótesis, generalización o conclusión y (b) explicar y justifica una situación, hipótesis o conjetura.            Demuestra que aprende por iniciativa propia, por ejemplo, (a) monitorea su progreso para completar un nuevo proyecto o tarea, (b) propone y explica argumentos relacionados con los pasos o etapas de su proyecto y produce escritos para explicar el progreso que va alcanzando en su tarea o proyecto.            Nota: Para cotejar respuestas a</p>	<p>Mapas pictóricos            Mapas conceptuales            Preguntas abiertas amplias            Poemas de varios tipos, incluyendo los concretos de alto nivel de pensamiento nivel de pensamiento            *Informes orales y otros tipos de escritos, tales como:            -Ensayos            -Guiones escritos para: dramas, obras, cuentos            -Monografías            Ejercicios para completar ideas            Diarios            Portafolios            Propuestas o guías de</p>	<p>por qué lo aprenden y cómo lo aprenden.            *Seleccionan y describen los medios que utilizan para aprender y seleccionan trabajos o ejecuciones que mejor representan sus aprendizajes.            *Auto-cotejan sus tareas y la de pares. Estudiante:            *Monitorea sistemáticamente la calidad de sus conocimientos, a la luz de criterios que entiende y valora, durante su proceso de aprendizaje de un concepto o tema o de un tema auto-seleccionado.            *Coteja, tanto la calidad de sus conocimientos como la de sus pares, * *Revisa sus ejecuciones y las va modificando basándose en auto-cotejos y en sus nuevos aprendizajes.            Maestro(a):            * A la luz de criterios basados en contenido, procesos y destrezas monitorea, cómo extienden, aplican</p>	<p>retrocomunicación y verifica la validez del contenido de las tirillas basado en criterios claros y pertinentes al contenido de la materia.  <b>Estudiante:</b> Determina si ha logrado un entendimiento lo suficientemente profundo del contenido o destrezas que ha estado aprendiendo.            *Explica cómo puede mejorar sus respuestas  <b>Maestro(a):</b> Examina los resultados para: analizar los ítems, en términos de validez y confiabilidad.            *Determina los contenidos de mayor dificultad y diseña nuevas tareas para ayudar a los estudiantes a demostrar mejor sus entendimientos.  <b>Estudiante:</b>            *Monitorea sistemáticamente la calidad de sus conocimientos, a la luz de criterios que entiende y valora, durante su</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> “para aprender”)
<p>preguntas o tareas que promueven múltiples respuestas se requiere el uso de criterios basados en contenido que respondan a la(s) expectativa(s) y a los objetivos educativos (pueden organizarse en rúbricas.)</p>	<p>investigación</p>	<p>y justifican sus ideas y procedimientos. Identifica ideas incompletas o erróneas y en muchos casos, puede identificar las ideas preconcebidas que originan errores conceptuales.  * Explica lo que está aprendiendo, cómo lo está aprendiendo  * Demuestra las conexiones válidas que puede hacer entre las ideas de los conceptos, destrezas y valores que va desarrollando*Monitorea sistemáticamente la calidad de sus aprendizajes y el de pares, utilizando criterios que conoce y valora.* Establece sus metas y evalúa el logro de las mismas.</p> <p>*Identifican áreas o temas de interés y generan modos para investigarlas por su propia iniciativa o con guías provistas por el maestro(a)</p>	<p>proceso de aprendizaje de un concepto o tema o de un tema auto-seleccionado.  *Coteja, tanto la calidad de sus conocimientos como la de sus pares, * *Revisa sus ejecuciones y las va modificando basándose en auto-cotejos y en sus nuevos aprendizajes.  <b>Maestro(a):</b>  * A la luz de criterios basados en contenido, procesos y destrezas monitorea, cómo extienden, aplican y justifican sus ideas y procedimientos. Identifica ideas incompletas o erróneas y en muchos casos, puede identificar las ideas preconcebidas que originan errores conceptuales.</p> <p><b>Estudiante:</b> Se conciencia de:  (1) sus fortalezas y sus áreas para mejorar al descubrir lo que puede o no puede explicar,  (2) las conexiones que puede establecer entre los conceptos</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> "para aprender")
		<p>*Explican la forma en que están aprendiendo y explica y justifican la pertinencia del conocimiento que van desarrollando con argumentos válidos.</p> <p>*Expanden ideas que generan, tanto individualmente como cooperativamente, respecto a conceptos, valores, procesos, entre otros.</p> <p>Van conectando y elaborando ideas acerca de los conceptos, procesos, valores que van desarrollando en diferentes momentos y contextos.</p> <p>*Expanden ideas que generan, tanto individualmente como cooperativamente, respecto a conceptos, valores, procesos, entre otros.</p> <p>* Los escritos que van creando pueden terminar en poemarios que expresan sus</p>	<p>que va desarrollando, (3) monitorea con criterios que conoce y valora la calidad y validez de las descripciones, explicaciones y justificaciones de las ideas que escribe en sus entradas al diario.*Monitorea sus ejecuciones, sus actitudes y disposiciones para identificar lo que está afectando el logro de su meta y toma decisiones para mantener la calidad de sus procesos omejorarlos</p> <p><b>Maestro(a)</b> *Coteja la validez de las ideas y procedimientos y ofrece retrocomunicación para ayudarles a concienciarse de sus fortalezas y de las áreas que deben mejorar. * Facilita y promueve el auto-cotejo de los trabajos y la toma de decisiones, respecto a formas de mejorar sus conocimientos. * Facilita y promueve el auto-cotejo de sus manifestaciones de valores y sus disposiciones para aprender, tanto Individual</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> “para aprender”)
		<p>entendimientos acerca de lo que están aprendiendo</p> <p>Describen el proceso de preparar los escritos, como van ampliando sus conocimientos, justifican la aplicabilidad de sus ideas dentro de diversos contextos, explican cómo encontraron los recursos necesarios y cómo fueron cotejando sus escritos hasta la producción del documento final.</p> <p>*Dadas palabras relacionadas con el tema o concepto construyen ideas válidas con las palabras asignadas y luego las arreglan lógicamente en un escrito.</p> <p>*Junto con pares construyen ideas válidas con las palabras asignadas y luego las organizan en el escrito del grupo o lo presentan oralmente.</p> <p>*Cada miembro, en forma</p>	<p>como cooperativamente.</p> <p>*Promueve el auto-cotejo y el cotejo entre pares de acuerdo con las necesidades que identifica en el proceso. *</p> <p>Basándose en los hallazgos que arrojan los cotejos sistemáticos y continuos de los trabajos: (1) junto con sus estudiantes puede identificar y seleccionar nuevas actividades de aprendizaje para que puedan clarificar, extender y aplicar lo que están aprendiendo en el contexto de las tareas que están realizando, (2) identificar, las necesidades, fortalezas e intereses, manifestación de valores y disposiciones para aprender y planificar de acuerdo con los hallazgos.</p> <p><b>Estudiante:</b></p> <p>*Monitorean sus ejecuciones, sus actitudes y disposiciones para identificar lo que está afectando el logro de su meta y toma decisiones para mantener</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> “para aprender”)
		<p>individual, expande el escrito del grupo. A través del mismo, justifica sus ideas con argumentos sostenidos con citas de referencias y con experiencias vividas en la clase o con situaciones de vida diaria.</p>	<p>la calidad de sus procesos o mejorarlos</p> <p>*Auto-evalúa la calidad de sus conocimientos y la validez de sus procedimientos basándose en criterios claros y pertinentes</p> <p><b>Maestro(a):</b></p> <p>*Coteja, en la marcha, la validez de las ideas y procedimientos y ofrece retrocomunicación positiva para ayudarles a concienciarse de sus fortalezas y de las áreas que deben mejorar.</p> <p>Promueve el auto-cotejo y el cotejo entre pares de acuerdo con las necesidades que identifica en el proceso.</p> <p>*Basándose en los hallazgos que arrojan los cotejos de los trabajos ofrece experiencias de aprendizaje adicionales para que los estudiantes clarifiquen, extiendan y apliquen lo que están aprendiendo en el contexto de las tareas que están realizando.</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> “para aprender”)
			<p><b>Estudiante:</b>            *Monitorea sus ejecuciones, sus actitudes y disposiciones para identificar lo que está afectando el logro de su meta y toma decisiones para mantener la calidad de sus contestaciones o tareas mejorarlas.</p> <p>*Auto-evalúa la calidad de sus conocimientos y la validez de sus procedimientos basándose en criterios claros y pertinentes y desarrolla nuevas versiones para incorporar nuevos conocimientos.</p> <p><b>Maestro(a):</b>            *Coteja, en la marcha, la validez de las ideas y procedimientos y ofrece retrocomunicación positiva para ayudarles a concienciarse de sus fortalezas y de las áreas que deben mejorar. *Promueve el auto-cotejo y el cotejo entre pares de acuerdo con las necesidades que identifica en el proceso.</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> “para aprender”)
			<p>*Basándose en los hallazgos que arrojan los cotejos de los trabajos ofrece experiencias de aprendizaje adicionales para que los estudiantes clarifiquen, extiendan y apliquen lo que están aprendiendo en el contexto de las tareas que están realizando. *Crea los ambientes necesarios para promover auto-aprendizaje y apertura a la diversidad.</p> <p>Estudiante: Revisa sus ideas para ampliarlas a través de la búsqueda de información y el intercambio de ideas con pares. *Examina su capacidad para respetar y tolerar ideas divergentes</p> <p><b>Maestro(a)</b> *Coteja, en la marcha, la validez de las ideas y ofrece retrocomunicación positiva para ayudarles a concienciarse de sus fortalezas y de las áreas</p>

Niveles de Profundidad de Conocimiento	Assessment sugerido (modo o instrumento)	Lo que pueden demostrar los aprendices	Posibles usos de los resultados (Enfoque: <i>assessment</i> "para aprender")
			<p>que deben mejorar.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Promueve el auto-cotejo y el cotejo entre pares de acuerdo con las necesidades que identifica durante el proceso</li> <li>*Promueve ambientes que promueven el desarrollo de destrezas sociales, especialmente, la tolerancia y el respeto a la??????????????</li> </ul>

## ***ASSESSMENT***

## Los Estándares y el Assessment

La evaluación y el “*assessment*” son una parte integral de la instrucción matemática, que contribuye significativamente al aprendizaje de todos los estudiantes. Cuando se presenta en conexión con los Estándares, se centra, a veces, en utilizar los exámenes para certificar los logros de los estudiantes, pero tiene otros propósitos importantes. Debería ser algo más que un mero examen al final del período de enseñanza para ver cómo trabaja los estudiantes en condiciones especiales; debería constituir una parte integral de la enseñanza que informe al maestro y le sirva de guía para la toma de decisiones. No sólo debería hacerse a los estudiantes, sino también para los estudiantes, para guiar y mejorar su aprendizaje.

La afirmación de que la evaluación y el “*assessment*” debería enriquecer el aprendizaje puede sorprender: Después de todo, si la evaluación comprueba lo que los estudiantes han aprendido y son capaces de hacer, ¿cómo puede tener también consecuencias positivas para el aprendizaje? Las investigaciones indican que considerar la evaluación como una parte integral de la práctica de la clase, se asocia con la mejora del aprendizaje.

Una buena evaluación puede enriquecer el aprendizaje de diversa formas. Primero, las tareas que se propongan en una evaluación pueden transmitir un mensaje a los estudiantes respecto a qué clase de conocimiento matemático y qué capacidades se evalúan. Este mensaje puede, a su vez, influir en las decisiones que tomen los estudiantes; por ejemplo, si es conveniente o dónde conviene esforzarse al estudiar. En consecuencia, es importante que los trabajos propuestos en la evaluación sean merecedores de la atención prestada y del tiempo empleado por los estudiantes. Debería incluirse actividades que sean coherentes con las realizadas en la clase y, a veces, las mismas. Cuando los maestros emplean técnicas de evaluación como las observaciones, las conversaciones y las entrevistas, o los diarios interactivos, los estudiantes probablemente aprendan al expresar sus ideas y al contestar las preguntas que les formulan.

La retroalimentación (*feedback*) a partir de tareas de evaluación puede ayudar también a los estudiantes a fijar objetivos, asumir la responsabilidad del propio aprendizaje y llegar a ser aprendices más independientes. Por ejemplo, las puntuaciones asignadas a cada cuestión y las instrucciones para realizar el examen, pueden servir de ayuda a los maestros para analizar y describir las respuestas de sus estudiantes a tareas complejas y determinar sus niveles de competencias. Pueden ayudar también a los estudiantes a comprender las características de una respuesta completa y correcta. De igual forma, las discusiones en clase, en las que los estudiantes presentan y evalúan diferentes enfoques en la resolución de problemas complejos, pueden agudizar su ideas de la diferencias entre una respuesta excelente y una mediocre. Mediante la propuesta de buenas tareas y la discusión pública de criterios para determinar la

corrección de las respuestas, los maestros pueden cultivar tanto la disposición como la capacidad del alumnado para implicarse en la autoevaluación de sus trabajos y reflexionar sobre las ideas propuestas por otros.

Para asegurar la profundidad y la calidad del aprendizaje de todos los estudiantes, la evaluación y la enseñanza debe estar integrada de forma que aquélla llegue a construir, en lugar de algo ocasional, una parte rutinaria de actividad docente. Tal evaluación proporciona también la información que necesitan los docentes para tomar decisiones apropiadas. Además de las evaluaciones formales, tales como los exámenes, los maestros deberán estar continuamente recabando información sobre el progreso de sus estudiantes, mediante preguntas durante el desarrollo de las lecciones, entrevistas individuales, etc.

Cuando los maestros tienen información útil sobre lo que los estudiantes van aprendiendo, pueden apoyar su progreso hacia objetivos matemáticos significativos. Las decisiones relativas a cuándo y cómo repasar los conocimientos previos, cómo analizar un concepto difícil o cómo adaptar los tareas para los estudiantes con problemas de aprendizaje o para los que necesitan aprender. La evaluación es una primera fuente de datos sobre los que se basan estas inferencias, y las decisiones que tomen los maestros serán tan buenas como lo sean aquéllos.

La evaluación debería reflejar los procesos matemáticos que todos los estudiantes necesitan conocer y ser capaces de hacer y centrarse en su comprensión y en las destrezas envueltas en el procedimiento. Los maestros necesitan tener una idea clara de lo que se debe enseñar y aprender, y la evaluación debería estar en consonancia con dicha idea. Al proporcionar información sobre el progreso individual y colectivo en cuanto a estos objetivos, la evaluación puede ayudar a garantizar que cada uno avance productivamente en la dirección apropiada.

Para toma decisiones acertadas, los maestros deberán buscar la convergencia de indicios a través de diversas fuentes. La evaluación formal proporciona un único punto de vista sobre lo que los estudiantes hacen en una situación muy particular (con frecuencia, trabajar individualmente en tareas de lápiz y papel, con un tiempo limitado para realizarlas). Depender excesivamente de este modo de evaluar puede dar una idea incompleta y tal vez distorsionada del rendimiento de los estudiantes. Ya que esto muestran lo que saben y pueden hacer de modos distintos, las evaluaciones deberán dar ocasión a múltiples enfoques, para obtener así una imagen más acabada y permitir que cada uno muestre sus mejores potencialidades.

Los maestros pueden utilizar muchas técnicas de evaluación, incluyendo preguntas abiertas, tareas de ejecución donde hay que elaborar la respuesta, seleccionar una respuesta entre varias, tareas prácticas, observaciones, conversaciones, diarios de clase y cuadernos de trabajo. Todos estos métodos

pueden ser apropiados para la evaluación de la clase, pero algunos pueden aplicarse más fácilmente a objetivos determinados. Por ejemplo, las preguntas de respuesta simple o donde hay que elegir una respuesta entre varias, sirven para averiguar si los estudiantes saben aplicar procedimientos. Las tareas donde hay que elaborar la respuesta o las tareas prácticas, pueden mostrar mejor su capacidad para aplicar las matemáticas en situaciones complejas o nuevas. Las observaciones y conversaciones en clase pueden proporcionar puntos de vista sobre el pensamiento de los estudiantes. Mediante los diarios de clase y los cuadernos de trabajo, los maestros pueden seguir los cambios en el pensamiento y el razonamiento de los estudiantes a través del tiempo.

Cuando los maestros seleccionan métodos de evaluación, deberán considerar la edad, la experiencia y las necesidades especiales de los estudiantes. Tienen que asegurarse de que todos tengan oportunidad para demostrar clara y totalmente lo que saben y pueden hacer.

Cuando está bien hecha, la evaluación y el assessment ayuda al maestro en la toma de decisiones sobre contenidos o formas de enseñanza (frecuentemente llamada **evaluación formativa**), puede usarse también para juzgar los logros de los estudiantes (**evaluación sumativa**). Las mismas fuentes de datos pueden reunirse para obtener una visión del progreso individual de los estudiantes. Para obtener el máximo valor de la evaluación, los maestros necesitan superar la consideración superficial de tarea “correcta o incorrecta”, y centrarse en cómo piensan los estudiantes al hacer las tareas. Deberán hacer esfuerzos para identificar las ideas válidas de los estudiantes sobre las que puede basarse un posterior progreso más que centrarse únicamente en los errores o conceptos falsos. Reuniendo datos de una variedad de fuentes, es más probable que se obtenga una imagen más exacta de lo que cada alumno sabe y es capaz de hacer, aunque ello sea menos directo que promediar calificaciones de exámenes.

Ya sea de la evaluación formativa, esto es, dirigida a guiar la enseñanza, o de la sumativa, cuyo objetivo es evaluar el progreso del alumnado, el conocimiento de los maestros es determinante para reunir información útil y extraer inferencias válidas. Los maestros tienen que tener muy claros sus objetivos matemáticos, entender lo que sus estudiantes piensan acerca de las matemáticas, tener un buen control de los posibles significados de la evaluación de conocimientos y ser hábiles al interpretar la información proveniente de múltiples fuentes. Para que los maestros alcancen la necesaria formación al respecto, la evaluación debe convertirse en el foco principal de su preparación y desarrollo profesional.



ESTADO LIBRE ASOCIADO DE PUERTO RICO  
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN  
**Programa de Matemáticas**

## **RÚBRICA GENERAL**

Sistema de calificación para las preguntas que requieren respuestas **cortas**. Las respuestas de los estudiantes caen en los siguientes rangos de calificaciones:

- **2 Puntos.** Una calificación de dos (2) indica que el estudiantes ha demostrado una total comprensión de los conceptos de matemáticas y de los procedimientos que éstos implican. El estudiante terminó la actividad de forma correcta y de una manera totalmente matemática. De solicitarlo las explicaciones o interpretaciones del estudiante son claras y completas. La respuesta puede tener pequeñas fallas que no afecten la comprensión total de la materia demostrada por el estudiante.
- **1 Punto.** La calificación de uno (1) indica que el estudiante ha dado una respuesta que es parcialmente correcta. Por ejemplo, puede proporcionar una solución correcta, pero puede demostrar alguna confusión de los conceptos ó procedimientos matemáticos fundamentales. Igualmente el estudiante puede calcular incorrectamente una solución al problema habiendo aplicado los procedimientos matemáticos apropiados a su explicación, podría indicar una comprensión de la actividad a pesar del pequeño error.
- **0 Punto.** Una calificación de 0 indica que el estudiante ha proporcionado las siguientes respuestas: (a) una solución totalmente incorrecta; (b) una respuesta que no se entiende y (c) o no ofreció respuesta alguna.

Sistema de calificación para las preguntas que requieren respuestas **extensas**. Las respuestas de los estudiantes caen en los siguientes rangos de calificaciones:

- **4 Puntos**. La calificación de cuatro (4) es para una respuesta en la cual el estudiante demuestra una comprensión total de los conceptos matemáticos y de los procedimientos que éstos implican. Así mismo, respondió correctamente, usó procedimientos matemáticos correctos, y proporcionó explicaciones e interpretaciones claras y completas. La respuesta puede tener fallas menores que no distraen de la demostración de una comprensión total.
  
- **3 Puntos**. La calificación de tres (3) es para una respuesta en la cual el estudiante demuestra una comprensión total de los conceptos matemáticos y de los procedimientos incluidos en la actividad. Básicamente, su respuesta correcta con los procedimientos matemáticos utilizados y las explicaciones e interpretaciones proporcionadas demostrando así una comprensión fundamental pero no total. Una respuesta puede tener errores pequeños que reflejan la ejecución negligente de los procedimientos matemáticos o indicio de una falla de comprensión en los conceptos y procedimientos matemáticos esenciales.
  
- **2 Puntos**. La calificación de dos (2) indica que el estudiante demostró solamente una comprensión parcial de los conceptos matemáticos y de los procedimientos que éstos implican. Aunque éste puede haber usado el enfoque correcto para lograr una solución o haber proporcionado una respuesta correcta, el trabajo del estudiante carece de una comprensión fundamental de los conceptos matemáticos esenciales. La respuesta puede tener errores relacionados con la incomprensión de aspectos importantes de la actividad, mal uso de los procedimientos matemáticos ó una errónea interpretación de los resultados.

- **1 Punto**. La calificación de uno (1) indica que el estudiante demostró una comprensión muy limitada de los conceptos matemáticos y de los procedimientos que éstos implican ya que su respuesta es incompleta y tiene muchos errores. Aunque la respuesta del estudiante trató con algunas de las condiciones de la actividad, éste obtuvo una conclusión inadecuada y dio un razonamiento que estaba errado o incompleto. La respuesta exhibe muchos errores o puede estar incompleta.
  
- **0 Punto**. La calificación de cero (0) indica que el estudiante proporcionó una solución totalmente incorrecta o una respuesta que no se puede entender o no dio respuesta alguna.

**TABLA DE ESPECIFICACIONES, PRUEBA  
DIAGNÓSTICA, HOJA DE CONTESTACIONES Y CLAVE**



ESTADO LIBRE ASOCIADO DE PUERTO RICO  
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN  
**Programa de Matemáticas**

**TABLA DE ESPECIFICACIONES  
PRUEBA DIAGNÓSTICA  
Noveno Grado**

Núm.	Estándar	% de ejercicios asignados	Cantidad de ejercicios	Punto de Ejecución Mínimo
1	NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	13	4	3
2	ÁLGEBRA	27	8	5
3	GEOMETRÍA	30	9	6
4	MEDICIÓN	13	4	3
5	ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDAD	17	5	3
Total		100	30	



ESTADO LIBRE ASOCIADO DE PUERTO RICO  
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN  
Programa de Matemáticas

**PRUEBA DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICAS  
NOVENO GRADO**

Nombre: \_\_\_\_\_  
Prof. \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_  
Puntuación: \_\_\_\_\_

Instrucciones Generales

**Lee cuidadosamente cada uno de los siguientes ejercicios. Selecciona en la hoja provista la letra correspondiente a la contestación correcta. No escribas en la prueba.**

**ESTÁNDAR 1: NUMERACIÓN Y OPERACIÓN**

1) ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la propiedad conmutativa de la suma?

- a)  $3(a+2) = 3a+6$
- b)  $3a+0 = 3a$
- c)  $(3+a)+2 = 3+(a+2)$
- d)  $3a+6 = 6+3a$

2) ¿Qué propiedad está representada en  $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{8}-\frac{1}{12}$  ?

- a) propiedad asociativa
- b) propiedad conmutativa
- c) propiedad distributiva
- d) inverso aditivo

3) Tu amigo utiliza una calculadora para encontrar el 10% de \$25.00. ¿Cuál debería ser su resultado?

- a) \$0.25
- b) \$2.50
- c) \$25.00
- d) \$250.00

4) En los primeros 60 minutos del día de apertura de la feria del pueblo, 100 personas cruzaron por las puertas de la entrada. Si esta tasa de asistencia continúa, ¿Cuánta gente visitará la feria el primer día de 8:00 AM a 6:00 PM?

- a) 500
- b) 1,000
- c) 2,000
- d) 5,000

### **ESTÁNDAR 2: ÁLGEBRA**

5) Si  $(x - 2) + (x - 3) = 1$ , entonces el valor de  $x$  es:

- a) -5
- b) 3
- c) 5
- d) 7

6) Si  $2x - 7 = 8$ , entonces  $2x + 7 = ?$

- a) -1
- b) 6
- c) 15
- d) 22

7) ¿Cuál es la edad de Roberto, si se sabe que el doble de su edad más 5 años es lo mismo que 31 años?

- a) 13
- b) 26
- c) 27
- d) 31

8) Al resolver la ecuación  $4x - 5 = 19$ , si se escribe el primer paso para su solución  $4x - 5 + 5 = 19 + 5$ , ¿qué propiedad se utilizó?

- a) Propiedad multiplicativa de la igualdad
- b) Propiedad del inverso aditivo
- c) Propiedad del inverso multiplicativo
- d) Propiedad distributiva

9) En China,  $\frac{1}{3}$  de la población posee una bicicleta. Si 400,000,000 chinos poseen una bicicleta, ¿cuál es la población de China?

- a) 1,200,000,000
- b) 400,000,000
- c) 200,000,000
- d) 133,333,333

10) Selecciona la frase matemática correspondiente a la siguiente frase lingüística:  
El doble de un número menos 6

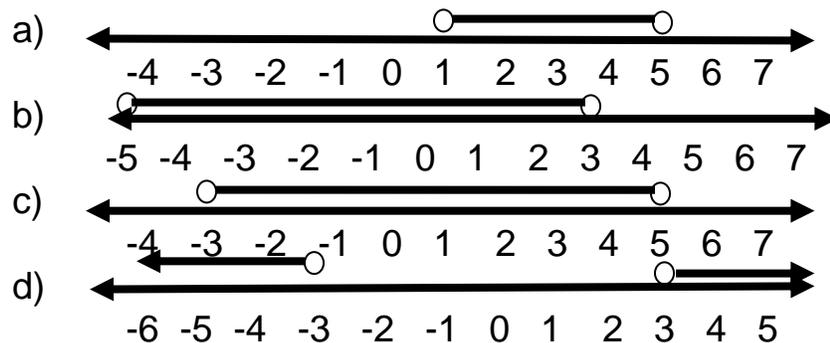
- a)  $2(n+6)$
- b)  $6 - 2n$
- c)  $2n - 6$
- d)  $n - 6$

11) Tu clase está vendiendo naranjas y manzanas para recaudar dinero para una excursión. Venden cada bolsa de naranjas por \$6 y cada bolsa de manzanas por \$5. Si tu clase quiere recaudar \$900. ¿Qué ecuación lineal representa la situación?

- a)  $6x - 5y = 900$
- b)  $6x + 5y = 900$
- c)  $5x - 6y = 900$
- d)  $5x + 6y = -900$

12) ¿Cuál de las siguientes gráficas muestran el conjunto de soluciones para la desigualdad que se muestra a continuación?

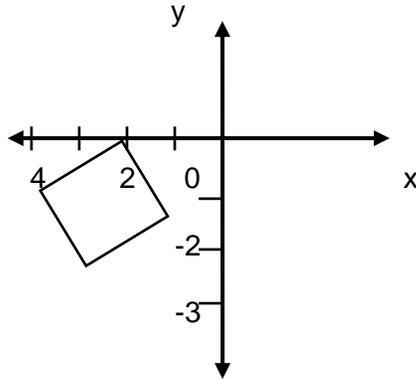
$$|X + 1| < 4$$



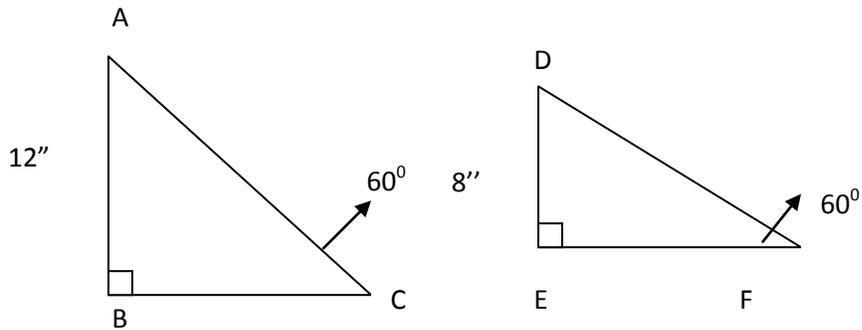
**ESTÁNDAR 3: GEOMETRÍA**

13) Cuando la figura siguiente se traslada 3 unidades hacia la derecha y 5 unidades hacia arriba, ¿Qué punto no es un vértice de la imagen trasladada?

- a) (2, 0)
- b) (1, 5)
- c) (2, 3)
- d) (-1, 4)

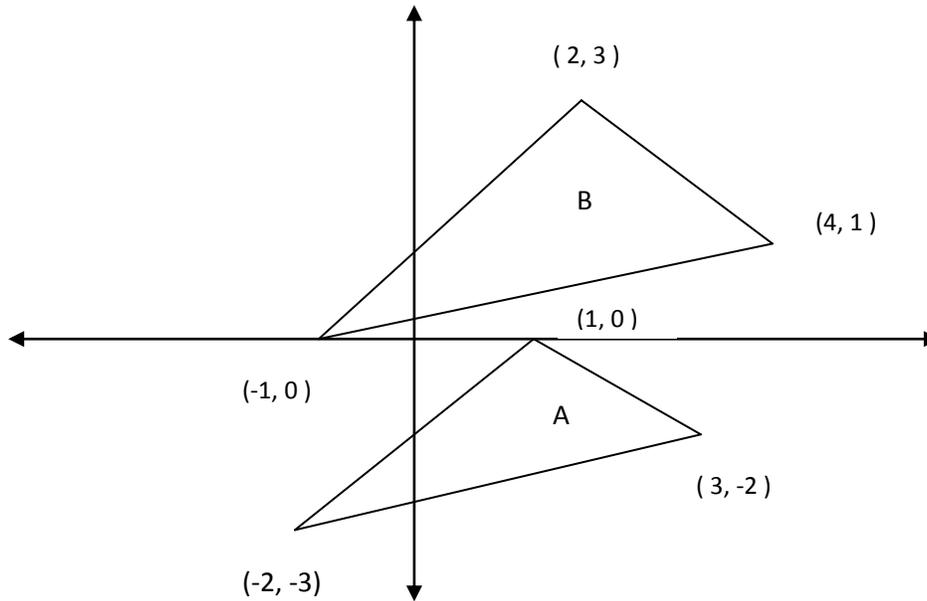


14) Para demostrar que los triángulos ABC y DEF son semejantes, tengo que probar que: <



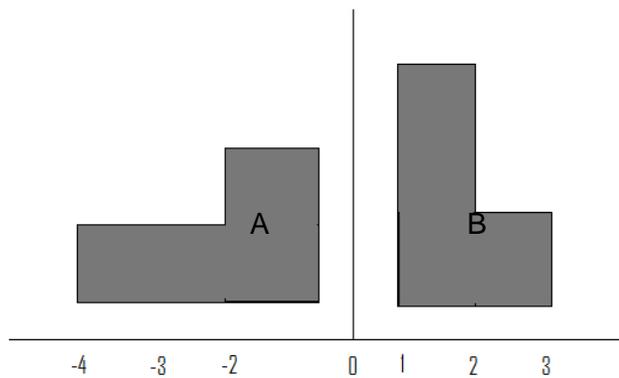
- a)  $m \angle B = m \angle E$
- b)  $m \angle A + m \angle B + m \angle C = 180^\circ$
- c)  $\overline{DF} \approx \overline{AC}$
- d)  $m\overline{BC} = 18$  y  $m\overline{EF} = 12$

15) ¿Qué regla de movimiento describe la traslación desde la figura A hasta la figura B?



- |  |
|--|
| a) $(x, y) \rightarrow (x + 3, y + 1)$ |
| b) $(x, y) \rightarrow (x + 1, y + 3)$ |
| c) $(x, y) \rightarrow (x - 1, y - 3)$ |
| d) $(x, y) \rightarrow (x - 3, y - 1)$ |

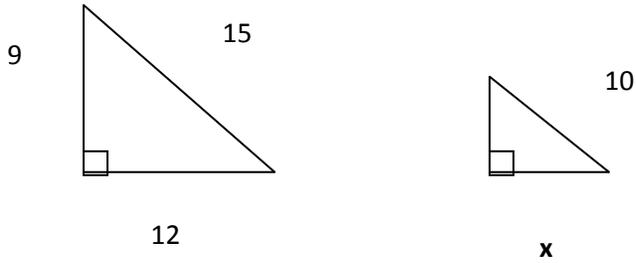
16) La figura A se ha rotado en torno al origen para producir la figura B. ¿Cuál es el ángulo de rotación?



- |                |
|----------------|
| a) $45^\circ$  |
| b) $60^\circ$  |
| c) $90^\circ$  |
| d) $180^\circ$ |

17) Los dos triángulos de la derecha son semejantes. ¿Cuál es el valor de  $x$ ?

- a) 2
- b) 3
- c) 5
- d) 8

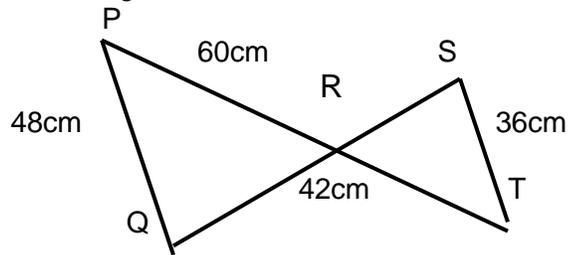


18) Usa el hecho de que el  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  (símbolo de Congruencia) para encontrar:

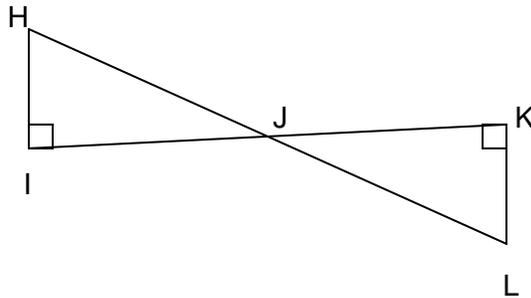
- a)  $\overline{AC} \cong \overline{DF}$
- b)  $\angle A \cong \angle D$
- c)  $\overline{BC} \cong \overline{EF}$
- d)  $\angle A \cong \angle E$

19)  $\triangle PQR$  es semejante a  $\triangle TSR$ . Halla la longitud de  $\overline{TR}$ .

- a) 28.8 cm
- b) 31.5 cm
- c) 41.14 cm
- d) 45 cm



20) En la figura que se muestra a continuación.  $\triangle HIJ \cong \triangle LKJ$ .



Si  $m\angle L = 50^\circ$ . ¿cuál es la medida  $\angle IJH$  ?

- a)  $35^\circ$
- b)  $40^\circ$
- c)  $45^\circ$
- d)  $50^\circ$

21) ¿Cuál es el ángulo de rotación del minutero de un reloj entre las 12:15 pm y las 12:30 pm?

- a)  $15^{\circ}$
- b)  $45^{\circ}$
- c)  $90^{\circ}$
- d)  $180^{\circ}$

#### **ESTÁNDAR 4: MEDICIÓN**

22) Se desea pintar una pared cuyas medidas son 8 pies de alto por 15 pies de largo. La pared tiene una ventana cuyas dimensiones son 5 pies por 3 pies. ¿Cuánto mide el área que se pintará?

- a) 120 pies<sup>2</sup>
- b) 105 pies<sup>2</sup>
- c) 31 pies<sup>2</sup>
- d) 15 pies<sup>2</sup>

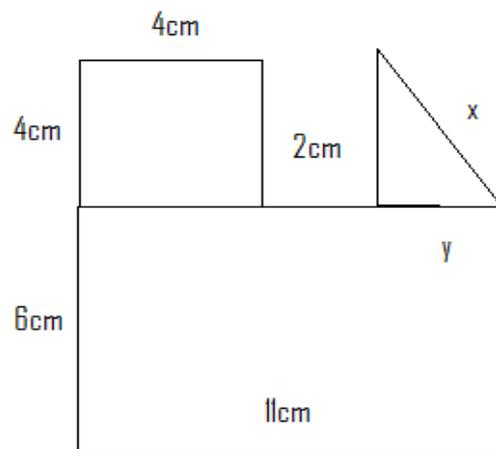
23) El largo de una foto es de 6 pulgadas y el ancho es de 4 pulgadas. Tú has ampliado la foto. El largo de la foto ampliada es de 18 pulgadas. ¿Cuál es el perímetro de la foto ampliada?

- a) 60 pulgadas
- b) 28 pulgadas
- c) 24 pulgadas
- d) 12 pulgadas

24) Los antiguos egipcios construyeron grandes pirámides que sirvieron como tumbas para sus reyes. Cada cara de la pirámide más grande tiene una base de 230 metros de largo. La altura de cada cara es de aproximadamente 92 metros. ¿Cuál es el área de una de las caras?

- a) 10,580 m<sup>2</sup>
- b) 322 m<sup>2</sup>
- c) 138m<sup>2</sup>
- d) 2.5 m<sup>2</sup>

25) El área total de la siguiente figura es:



- a)  $102\text{cm}^2$
- b)  $92\text{ cm}^2$
- c)  $41\text{cm}^2$
- d)  $35\text{cm}^2$

### **ESTÁNDAR 5: ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDAD**

26) Una persona desea comprar una lavadora de ropa, para lo cuál ha pensado que puede seleccionar de entre las marcas Whirlpool, Easy y General Electric, cuando acude a hacer la compra se encuentra que la lavadora de la marca Whirlpool se presenta en dos tipos de carga ( 8 u 11 kilogramos), en cuatro colores diferentes y puede ser automática o semiautomática, mientras que la lavadora de la marca Easy, se presenta en tres tipos de carga (8, 11 o 15 kilogramos), en dos colores diferentes y puede ser automática o semiautomática y la lavadora de la marca General Electric, se presenta en solo un tipo de carga, que es de 11 kilogramos, dos colores diferentes y solo hay semiautomática. ¿Cuántas maneras tiene esta persona de comprar una lavadora?

- a) 1
- b) 12
- c) 30
- d) 60

27) Un hombre de negocios puede ir de Bayamón a San Juan en Carro, en Guagua o en tren y de San Juan a Fajardo en Carro, Avión o en Helicóptero. ¿Cuál es el espacio muestral para poder determinar la probabilidad de Y de Bayamón a Fajardo?

- a) 2
- b) 6
- c) 9
- d) 12

28) Supongamos que la siguiente distribución de frecuencias

36 25 37 24 39 20 36 45 31 31

39 24 29 23 41 40 33 24 34 40

representan la edad de los maestros de tu escuela. ¿Cuál de los diagramas de Tallos y Hojas representa mejor los datos?

a)

Tallos	Hojas
2	5 4 0 4 9 3 4
3	6 7 9 6 1 1 9 3 4
4	5 1 0 0

b)

Tallos	Hojas
2	0 3 4 4 4 5 9
3	1 1 3 4 6 6 7 9 9
4	0 0 1 5

c)

Tallos	Hojas
2	0 3 4 4 5 9
3	3 1 1 4 6 6 7 9 9
4	0 0 1 5

d)

Tallos	Hojas
2	0 3 4 4 5 9
3	3 1 4 6 6 7 9 9
4	0 0 1 5 1

28) Rafael Luna desea ir a Las Vegas o a Disneylandia en las próximas vacaciones de verano. Para ir a Las Vegas, él tiene tres medios de transporte. De Chihuahua a El Paso, Texas y dos medios de transporte para ir de El Paso a Las Vegas, mientras que para ir de El Paso a Disneylandia él tiene cuatro diferentes medios de transporte. ¿Cuántas maneras diferentes tiene Rafael de ir a Las Vegas o a Disneylandia?

a) 1

b) 12

c) 30

d) 60

29) Los cuartiles  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  y el valor máximo se utiliza para construir la gráfica de:

- a) histograma
- b) barras
- c) ojiva
- d) caja y bigote

30) Los cuartiles  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  y el valor máximo se utiliza para construir la gráfica de:

- a) histograma
- b) barras
- c) ojiva
- d) caja y bigote



ESTADO LIBRE ASOCIADO DE PUERTO RICO  
 DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN  
**Programa de Matemáticas**

**NOVENO GRADO**

**Prueba Diagnóstica: Clave, Indicador de Ejecución y *Deep of Knowledge*  
 (Nivel de Profundidad)**

Item	Clave	Indicador de ejecución	DOK
<b>Estándar 1: Numeración y Operación</b>			
1	D	N.SN.8.1.4 Reconoce, relaciona y aplica las propiedades de los números reales (asociativa, conmutativa, identidad, inverso, distributiva, clausura) para resolver problemas.	1
2	C	N.SN.7.1.5 Reconoce, relaciona y aplica las propiedades de los números racionales (asociativa, conmutativa, identidad, inverso, distributiva, clausura) para resolver problemas.	1
3	B	N.SN.8.1.7 Utiliza técnicas de estimación para decidir si la respuesta es razonable.	1
4	B	N.OE.7.2.4 Estima y juzga la razonabilidad de los resultados que involucran las operaciones con enteros.	1
<b>Estándar 2: Álgebra</b>			
5	B	A.RE.8.5.3 Resuelve ecuaciones e inecuaciones lineales usando símbolos, gráficas, tablas y tecnología.	2
6	D	A.RE.8.5.3 Resuelve ecuaciones e inecuaciones lineales usando símbolos, gráficas, tablas y tecnología.	2
7	A	A.RE.7.5.2 Traduce frases lingüísticas a frases algebraicas para resolver problemas.	3
8	A	A.RE.8.5.2 Analiza y explica el razonamiento utilizando para resolver ecuaciones e inecuaciones lineales.	1
9	A	A.RE.7.7.2 Resuelve ecuaciones lineales con coeficientes numéricos racionales utilizando métodos gráficos simbólicos con y sin tecnología.	3
10	C	A.RE.7.5.2 Traduce frases lingüísticas a frases algebraicas para resolver problemas.	1
11	B	A.RE.7.5.2 Traduce frases lingüísticas a frases algebraicas para resolver problemas.	1
12	B	A.RE.8.5.3 Resuelve ecuaciones e inecuaciones lineales usando símbolos, gráficas, tablas y tecnología.	3
<b>Estándar 3: Geometría</b>			
13	A	G.TS.6.12.3 Localiza e indica las coordenadas resultantes luego de una transformación (traslación, reflexión respecto a una línea vertical u horizontal, rotaciones de múltiplos de 90 grados respecto al origen).	3
14	D	G.FG.8.10.2 Examina argumentos deductivos e inductivos concernientes a conceptos y relaciones geométricas como la congruencia, semejanza y la relación pitagórica.	3

<b>Estándar 3: Geometría</b>			
<b>Item</b>	<b>Clave</b>	<b>Indicador de ejecución</b>	<b>DOK</b>
15	A	G.G.TS.7.13.1 Describe el efecto de transformaciones rígidas (traslación, reflexión respecto a líneas verticales u horizontales, rotación respecto al origen y composiciones simples) en figuras en el plano de coordenadas.	2
16	C	G.TS.7.13.1 Describe el efecto de transformaciones rígidas (traslación, reflexión respecto a líneas verticales u horizontales, rotación respecto al origen y composiciones simples) en figuras en el plano de coordenadas.	2
17	D	G.TS.7.12.2 Determina la relación proporcional entre las medidas de los lados correspondientes de figuras semejantes.	2
18	D	G.TS.7.13.2 Utiliza transformaciones rígidas para identificar las partes correspondientes de figuras congruentes.	2
19	D	G.FG.7.12.1 Define e identifica semejanzas para figuras bidimensionales, incluyendo las partes correspondientes, la razón de semejanza y las medidas de las partes correspondientes.	2
20	B	G.FG.8.10.2 Examina argumentos deductivos e inductivos concernientes a conceptos y relaciones geométricas como la congruencia, semejanza y la relación pitagórica.	2
21	C	G.MG.8.9.1 Identifica y construye elementos básicos de figuras geométricas (alturas, bisectriz de ángulos, bisectriz perpendicular, radios u otros) usando compás, transportador u otras herramientas tecnológicas.	2
<b>Estándar 4: Medición</b>			
22	B	M.TM.7.15.1 Investiga, establece conjeturas y aplica las fórmulas para determinar perímetro, área de figuras bidimensionales básicas (rectángulos, paralelogramos, trapecios, trapezoides, triángulos) y el área de superficie y el volumen de figuras tridimensionales (prismas, pirámides y cilindros). * Investiga y describe la relación entre las medidas de las figuras tridimensionales y las medidas de las figuras bidimensionales relacionadas.	2
23	A	M.TM.7.15.3 Formula y aplica los enunciados generales relacionados con cambios de escala en las dimensiones de una figura a cambios en el perímetro, área, circunferencia, área de superficie y el volumen de la figura resultante. ○ Construye e interpreta dibujos y modelos a escala. ○ Reconoce que el perímetro, área y volumen son afectados por cambios en la escala.	2
24	B	M.TM.7.15.2 Estima y determina área de figuras irregulares planas; y el área de superficie de figuras tridimensionales descomponiendo estas figuras en figuras más sencillas.	2
25	B	M.TM.7.15.2 Estima y determina área de figuras irregulares planas; y el área de superficie de figuras tridimensionales descomponiendo estas figuras en figuras más sencillas.	2
<b>Estándar 5: Análisis de Datos y Probabilidad</b>			
26	C	E.PR.7.19.3 Describe y aplica la Regla de la Suma de probabilidades para eventos que son mutuamente exclusivos y eventos que no.	3

<b>Estándar 5: Análisis de Datos y Probabilidad</b>			
<b>Item</b>	<b>Clave</b>	<b>Indicador de ejecución</b>	<b>DOK</b>
<b>27</b>	<b>C</b>	E.PR.7.19.2 Identifica los eventos para un espacio muestral dado, representa relaciones entre los eventos usando diagramas de Venn y determina las probabilidades para eventos y sus complementos.	<b>2</b>
<b>28</b>	<b>B</b>	E.PR.7.19.3 Describe y aplica la Regla de la Suma de probabilidades para eventos que son mutuamente exclusivos y eventos que no.	<b>3</b>
<b>29</b>	<b>C</b>	E.PR.7.19.2 Identifica los eventos para un espacio muestral dado, representa relaciones entre los eventos usando diagramas de Venn y determina las probabilidades para eventos y sus complementos.	<b>2</b>
<b>30</b>	<b>D</b>	E.AD.7.17.2 Describe la distribución de cada atributo separadamente utilizando las gráficas apropiadas, (incluyendo diagramas de tallo y hoja, histogramas, diagramas de caja y resumen estadístico, incluyendo rango intercuartil.	<b>1</b>



ESTADO LIBRE ASOCIADO DE PUERTO RICO  
Programa de Matemáticas

Nombre: \_\_\_\_\_  
Prof. \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_  
Puntuación: \_\_\_\_\_

## Hoja de Contestaciones

### Prueba Diagnóstica de Matemáticas / Noveno Grado

Selecciona y ennegreciendo la letra que indica respuesta correcta y escribe la respuesta de del de los ejercicios 26 al 30.

Este espacio es para los cálculos de los ejercicios 26 al 30. Si es necesario puedes utilizar la parte de atrás de esta hoja.

- |     |                         |                         |                         |                         |     |                         |                         |                         |                         |
|-----|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-----|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1.  | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D | 21. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |
| 2.  | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D | 22. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |
| 3.  | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D | 23. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |
| 4.  | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D | 24. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |
| 5.  | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D | 25. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |
| 6.  | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D | 26. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |
| 7.  | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D | 27. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |
| 8.  | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D | 28. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |
| 9.  | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D | 29. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |
| 10. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D | 30. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |
| 11. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |     |                         |                         |                         |                         |
| 12. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |     |                         |                         |                         |                         |
| 13. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |     |                         |                         |                         |                         |
| 14. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |     |                         |                         |                         |                         |
| 15. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |     |                         |                         |                         |                         |
| 16. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |     |                         |                         |                         |                         |
| 17. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |     |                         |                         |                         |                         |
| 18. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |     |                         |                         |                         |                         |
| 19. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |     |                         |                         |                         |                         |
| 20. | <input type="radio"/> A | <input type="radio"/> B | <input type="radio"/> C | <input type="radio"/> D |     |                         |                         |                         |                         |

## REFERENCIAS

## Referencias

- Achieve, Inc. (2006). *Closing the expectations gap: An annual 50-state progress report on the alignment of high school policies with the demands of college and work*. Washington, DC: Author.
- Addington, S.; Clemens, H.; Howe, R.; Saul, M. (2000). "Four Reactions to Principles and Standards for School Mathematics." *Notices of the AMS*, 47, 1072-1079.
- Ashby, C. (2006). *Science, technology, engineering and math trends and the role of federal programs: A report to the Committee in Education and the Workforce, U.S. House of Representatives (GAO-06-702T)*. Washington, DC: Government Accountability Office.
- Baldi, S., Jin, Y., Skemer, M., Green, P.J., Herget, D., & Xie, H., (2007). *Highlights from PISA 2006: Performance of U.S. 15-year-old students in science and mathematics literacy in an international context*. Washington, DC: U.S. Department of Education.
- Beaton, A.E., Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Gonzalez, E.J., Kelly, D.L., y Smith, T.A. (1998). *Mathematics Achievement in the Final Year of Secondary School: IEA's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)*.
- Bond, D., Boyd, S. & Montgomery, D. (1999). *Coordinating Resources to Support Standards-based Mathematics Education Programs*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Business Higher Education Forum (2005). *A commitment to America's future: Responding to the crisis in mathematics and science education*. Washington, DC: Author.
- Carnevale, A.P., & Desrochers, D.M. (2003). *Standards for what? The economic roots of K-16 reform*. Washington, DC: Educational Testing Service. Conferencia pronunciada el día 15/12/2000 en el Palacio Euskalduna (Bilbao, España).
- Daro, P., Stancavage, F., Ortega, M., DeStefano, L., & Linn, R. (2007). *Validity study of the NAEP mathematics assessment: Grades 4 and 8*. (Chapters 2 and 3). Washington, DC: American Institutes for Research. Retrieved on September 1, 2007 from [http://www.air.org/publications/documents/NAEP\\_Math\\_Validity\\_Study.pdf](http://www.air.org/publications/documents/NAEP_Math_Validity_Study.pdf).
- Departamento de Educación. (2003). *Marco Curricular Programa de matemáticas*. Ható Rey, Puerto Rico: INDEC.

Departamento de Educación. (2003). *Proyecto de renovación curricular: Fundamentos teóricos y metodológicos*. Hato Rey, Puerto Rico: INDEC.

Evan, A., Gray, T., & Olchefske, J. (2006). *The gateway to student success in mathematics and science*. Washington, DC: American Institutes for Research.

Ferrini-Mundy, Joan (2000). Principles and Standards for School Mathematics: A Guide for Mathematicians. *Notices of the American Mathematical Society*, Volume 47, Number 8.

Ginsburg, A., Cooke, G., Leinwand, S. Noell, J., & Pollock, E. (2005). *Reassessing U.S. international mathematics performance: New findings from the 2003 TIMSS and PISA*. Washington, DC: American Institutes for Research.

Hecht, S.A., Vagi, K.J., & Torgesen, J.K. (2007). Fraction skills and proportional reasoning. In D. B. Berch & M. M. M. Mazzocco (Eds.), *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities* (pp. 121–132). Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.

Hill, D., Bond, S. & Wurtzel, J. (2000). *High Standards in Mathematics for Every Students*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Horn, L., & Nuñez, A. (2000). *Mapping the road to college: First-generation students' math track, planning strategies, and context of support* (NCES 2000-153). Washington, DC: U.S. Department of Education.

Horowitz, J.E. (2005). *Inside high school reform: Making the Changes that Matter*. San Francisco: WestEd.

Klein, D., Braams, B.J., Parker, T., Quirk, W., Schmid, W., & Wilson, W.S. (2005). *The state of state math standards 2005*. Thomas B. Fordham Institute. Retrieved on August 31, 2007 from <http://www.edexcellence.net/foundation/publication/publication.cfm?id=338&pubsubid=1118#1118>.

Lewin, K. (1951). *Field theory in social science. Selected theoretical papers*. New York: Harper & Row.

National Advisory Panel. (2008). *Foundations for Success: The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington, DC: Author.

National Advisory Panel. (2008). *Foundations for Success: Reports of the Task Groups and Subcommittees of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington, DC: Author

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA :Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through Grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

McGregor, E. (1994). Economic development and public education: Strategies and standards. *Educational Policy*, 8(3), 252–271.

Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Ruddock, G.J., O'Sullivan, C.Y., Arora, A., & Erberber, E. (2007). *TIMSS 2007 assessment frameworks*. Boston, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.

Murnane, R.J., & Levy, F. (1996). *Teaching the new basic skills: Principles for educating children to thrive in a changing economy*. Glencoe, IL: Free Press.

National Council of Teachers of Mathematics. (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through Grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (2006). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.

National Mathematics Advisory Panel. (2008). *Reports of the Task Groups and Subcommittees-Draft*. Washington, DC: Author.

National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. In J. Kilpatrick, J. Swafford, & B. Findell (Eds.), *Mathematics learning study committee, center for education, division of behavioral and social sciences, and education*. Washington, DC: National Academies Press.

National Science Foundation. (2007). *Asia's rising science and technology strength: Comparative indicators for Asia, the European Union, and the United States*. NSF 07-319. Arlington, VA: Author.

Pascarella, E.T., & Terenzini, P.T. (1991). *How college affects students: Findings and insights from twenty years of research, Vol. I*. San Francisco: Jossey-Bass.

Phillips, G.W. (2007). *Chance favors the prepared mind: Mathematics and science indicators for comparing states and nations*. Washington, DC: American Institutes for Research.

Platt, J.R. (1964). Strong inference. *Science*, 146, 347–353.

Roediger, H.L., & Karpiche, J.D. (2006). Test-enhanced Learning: Taking memory tests improves long-term retention. *Psychological Science*, 17, 249–255.

- Rosado, L. (2008). *Repaso de geometría*. San Juan, Puerto Rico: Publicaciones Puertorriqueñas.
- Schacht, W.H. (2005). *Industrial competitiveness and technological advancement: Debate over government policy* (Order Code IB91132). CRS Issue Brief for Congress. Washington, DC: Congressional Research Service.
- Schmidt, W.H., & Houang, R.T. (2007). Lack of focus in mathematics: Symptom or cause? Lessons learned: In T. Loveless (Ed.), *What international assessments tell us about math achievement*. Washington, DC: Brookings Institution Press.
- Shavelson, R.J., & Towne, L. (2002). *Scientific research in education*. Washington, DC: National Academy Press.
- Shoenfeld, A.H. (1995). Report of working group 1. In C.B. Lacampagne, W. Blair, & J. Kaput (Eds.), (1995). *The algebra initiative colloquium, Vol. 2*. (p. 11). Washington DC: U.S. Department of Education.
- Singapore Ministry of Education. (2006). *Education at secondary schools*. Retrieved on June 1, 2007 from [http://www.moe.gov.sg/esp/schadm/sec1/Edu\\_at\\_Sec\\_Schs.htm](http://www.moe.gov.sg/esp/schadm/sec1/Edu_at_Sec_Schs.htm).
- U.S. Department of Education. (1990–2007). *National Assessment of Educational Progress*. National Center for Educational Statistics. Retrieved on September 1, 2007 from <http://nces.ed.gov/nationsreportcard/>.
- Wu, H. (2007). *Fractions, decimals, and rational numbers*. University of California, Department of Math

## **CARTAS CIRCULARES**

- 5 – 2001 – 2002
- 17 – 2001 – 2002
- 9 – 2002 – 2003
- 10 – 2004 – 2005
- 1 – 2006 – 2007
- 14 – 2006 – 2007
- 17 – 2006 – 2007
- 1 – 2007 – 2008
- 11 – 2007 – 2008
- 12 – 2007 – 2008
- 16 – 2007 – 2008